

MARIA ALVES DE AZERÊDO
ROGÉRIA GAUDENCIO DO RÊGO
CRISTIANE BORGES ANGELO
organizadoras

VIVÊNCIAS SOBRE O
ENSINO
DE ÁLGEBRA
EM UM GRUPO COLABORATIVO
FORMAÇÃO DOCENTE
EM MOVIMENTO

EU Editora
UFPB

VIVÊNCIAS SOBRE O

ENSINO DE ÁLGEBRA

EM UM GRUPO COLABORATIVO

FORMAÇÃO DOCENTE
EM MOVIMENTO



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

Terezinha Domiciano Dantas Martins

Reitora

Mônica Nóbrega

Vice-Reitora



Editora UFPB

Geysa Flávia Câmara de Lima Nascimento

Diretora Geral da Editora UFPB

Aline dos Santos Deiró

Vice-Diretora da Editora UFPB

Rildo Coelho

Coordenador de Editoração

VIVÊNCIAS SOBRE O
ENSINO DE ÁLGEBRA
EM UM GRUPO COLABORATIVO

FORMAÇÃO DOCENTE EM MOVIMENTO

1ª Edição - 2026

Esta obra integra a publicação de livros digitais (e-books) do Edital 01/2025 da Editora UFPB, em regime de fluxo contínuo. A chamada pública visa fomentar a divulgação da produção científica, literária, artística e didático-pedagógica da comunidade acadêmica da Universidade Federal da Paraíba, contemplando obras de autoria individual, coautoria ou coletâneas.

Direitos autorais 2026 - Editora da UFPB



Esta obra é de acesso aberto. É permitida a reprodução parcial ou total desta obra, desde que citada a fonte e autoria e respeitando a Licença Creative Commons indicada.

O CONTEÚDO DESTA PUBLICAÇÃO, SEU TEOR, SUA REVISÃO E SUA NORMALIZAÇÃO SÃO DE INTEIRA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES.

OS DIREITOS DE PROPRIEDADE DESTA EDIÇÃO SÃO RESERVADOS À:



Editora
UFPB
Cidade Universitária, Campus I – Prédio da Editora Universitária, s/n
João Pessoa – PB CEP 58.051-970
Site: www.editora.ufpb.br
Instagram: @editoraufpb
E-mail: atendimento@editora.ufpb.br
Fone: (83) 3216.7147



**EDITORA
ASSOCIADA
À ABEU**
abeu.org.br

MARIA ALVES DE AZERÊDO
ROGÉRIA GAUDENCIO DO RÊGO
CRISTIANE BORGES ANGELO
Organizadoras

VIVÊNCIAS SOBRE O
ENSINO DE ÁLGEBRA
EM UM GRUPO COLABORATIVO

FORMAÇÃO DOCENTE EM MOVIMENTO

Editora UFPB
João Pessoa
2026

Portaria N° 202, de 08 de agosto de 2025 – Reitoria

Alexandre Coelho Serquiz | Ciências da Saúde

Daniel Araújo de Macedo | Engenharias

Eduardo Rodrigues Viana de Lima | Ciências Exatas e da Natureza

Franklin Kaic Dutra-Pereira | Ciências Biológicas

José Ferrari Neto | Linguística, Letras e Artes

Maurício Rombaldi | Ciências Humanas

Milton César Costa Campos | Ciências Agrárias

Tiago Bernardon de Oliveira | Ciências Humanas

Márcia Félix da Silva | Interdisciplinar

Viviane da Costa Freitag | Ciências Sociais Aplicadas

V857 Vivências sobre o ensino de álgebra em um grupo colaborativo : formação docente em movimento / organização Maria Alves de Azerêdo, Rogéria Gaudencio do Rêgo, Cristiane Borges Angelo. – Dados eletrônicos – João Pessoa : Editora UFPB, 2026.

E-book.

Modo de acesso : <http://www.editora.ufpb.br/sistema/press/>
ISBN: 978-65-5942-331-6

1. Educação matemática. 2. Álgebra – Estudo e ensino. 3. Formação de professores. 4. Desenvolvimento profissional docente. 5. Trabalho colaborativo na educação. I. Azerêdo, Maria Alves de. II. Rêgo, Rogéria Gaudencio do. III. Angelo, Cristiane Borges. IV. Título.

UFPB/BC

CDU 51:377

Como citar a publicação no todo (ABNT 6023:2018):

AZEREDO, M. A. de; RÊGO, R. G. do; ANGELO, C. B. (orgs.). **Vivências sobre o ensino de álgebra em um grupo colaborativo: formação docente em movimento.**

João Pessoa: Editora UFPB, 2026. 1 ebook. ISBN

Disponível em: Acesso em: e

PREFÁCIO

O livro *Vivências sobre o ensino de Álgebra em um grupo colaborativo: formação docente em movimento* reúne oito artigos elaborados por doze pesquisadores do Grupo de Estudo e Pesquisa em Matemática nos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB), com experiências diversificadas em sala de aula da Educação Básica e do Ensino Superior, na área de Matemática, tendo como pano de fundo elementos relativos ao ensino de Álgebra e metodologias de formação docente (Estudo de Aula e Quarteto do Conhecimento). A obra contribui, portanto, para a ampliação dos conhecimentos de professores que ensinam Matemática em diferentes níveis de escolaridade, principalmente considerando o campo algébrico, e de professores que vivenciam ou promovem cursos de formação docente inicial e/ou continuada.

Em artigos elaborados de forma colaborativa, os autores contemplam dimensões diversificadas da docência e lhe convidam a ler cada capítulo com atenção, certos de que, ao final da leitura, muitos elementos teóricos e práticos serão incorporados ao seu conhecimento profissional, com reflexões significativas acerca das experiências apresentadas e discutidas pelos autores.

Ressalta-se a relevância dos temas tratados nos artigos deste livro e sua contribuição para a Educação Matemática, em particular pelo fato de ser uma construção coletiva de professores que atuam na Educação Básica e no Ensino Superior, o que fortalece a ligação entre a universidade e a comunidade escolar, proporcionando contribuições relevantes para todos os participantes. Ao longo da leitura, você será naturalmente convidado a refletir sobre suas experiências

peçoais a respeito desses temas, a partir das contribuições teóricas e práticas socializadas da obra, em percursos peçoais que estarão mais ricos ao fim da jornada. Boa leitura!

Rogéria Gaudencio do Rêgo

Professora Titular do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba

SUMÁRIO

12 APRESENTANDO O GRUPO DE ESTUDO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS – GPEMAIS/UEPB E O PROCESSO DE ELABORAÇÃO DESTE MATERIAL

*Maria Alves de Azerêdo
Rogéria Gaudencio do Rêgo
Cristiane Borges Angelo*

20 EXPLORAÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE DE ATIVIDADES

*Yara de Fátima Nascimento Andrade
Maria Alves de Azerêdo*

47 A EXPLORAÇÃO DE SEQUÊNCIAS NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS

Yasmin Rodrigues da Rocha

82 A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS: O ENSINO DE ÁLGEBRA E AS POSSIBILIDADES FORMATIVAS DO ESTUDO DE AULA

Mariana Virgínia Góes dos Santos

104 EXPLORANDO O ENSINO DE SEQUÊNCIAS REPETITIVAS NO 2º ANO NA RELAÇÃO COM O ESTUDO DE AULA

*Giovanna Costa Soares
Mariana Soares de Lima Galdino
Maria Alves de Azerêdo*

121 SEQUÊNCIAS REPETITIVAS NO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DO ESTUDO DE AULA

*Simone Andrade Tavares
Yasmin Rodrigues da Rocha
Maria Betânia Sabino Fernandes*

136 **EXPLORANDO A IDEIA DE IGUALDADE NA ÁLGEBRA:**
REFLEXÕES E PRÁTICAS NO CONTEXTO DO ESTUDO DE
AULA

Cristiane Carvalho Bezerra de Lima
Yara de Fátima Nascimento Andrade
Cristiane Borges Angelo

155 **ESTUDO DE AULA E O DESENVOLVIMENTO DO**
RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: POSSIBILIDADES
PEDAGÓGICAS A PARTIR DO JOGO DAS ARGOLAS

Mariana Virgínia Góes dos Santos
Fabricia Rodrigues Soares
Rogéria Gaudencio do Rêgo

174 **AS DIMENSÕES E OS CÓDIGOS DO QUARTETO DO**
CONHECIMENTO MOBILIZADOS EM UMA ATIVIDADE
DE SEQUÊNCIA GEOMÉTRICA COM ESTUDANTES DOS
ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Érick Macêdo Carvalho
Rogéria Gaudencio do Rêgo

190 **SOBRE AS AUTORAS**
E OS AUTORES

APRESENTANDO O GRUPO DE ESTUDO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS – GPEMAIS/UFPB E O PROCESSO DE ELABORAÇÃO DESTE MATERIAL

O Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática dos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB) ou GPE+, tem sido, desde o ano de 2019, um espaço de estudo e reflexão sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Naquele ano, promovemos um Ciclo de Estudos para professores da escola básica para estudantes da Licenciatura em Pedagogia e Matemática, constituindo uma atividade extensionista com participação de professores(as)/pesquisadores(as) da universidade.

Os encontros ocorriam quinzenalmente, no Laboratório de Estudos e Práticas Pedagógicas Interdisciplinares (LEPPI) do Centro de Educação da UFPB, com temáticas sobre os desafios do ensino de Matemática nos Anos Iniciais; tendências e metodologias (Resolução de Problemas – RP); uso de jogos; História da Matemática; análise de erros; e representações semióticas, promovendo a realização de atividade inicial, estudo de texto e discussão coletiva. No final de 2025, fizemos o cadastro do grupo na plataforma do CNPQ.

Assumimos que o GPEMais/UFPB pretende ocupar um espaço de discussão e implementação de projetos de pesquisa em Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Seu maior objetivo é constituir-se referência sobre o ensino de Matemática e sua aprendizagem em escolas públicas da Paraíba, articulando-se com outros grupos de pesquisa no país.

Nessa direção, o grupo contempla três áreas de investigação: formação de professores dos Anos Iniciais; pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; e representações semióticas e o processo de ensino e aprendizagem



de Matemática, com as pesquisadoras Cristiane Borges Angelo (UFPB), Maria Alves Azerêdo (UFPB/UEPB – PPGECEM), Maria Betania Sabino Fernandes (UFCG/UEPB – PPGECEM) e Rogéria Gaudencio do Rêgo (UFPB/UEPB – PPGECEM).

Além das pesquisadoras, compõem o GPEM/UEPB professores(as) dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, professores(as) de Matemática que atuam nos Anos Finais e Ensino Médio e estudantes de Graduação em Pedagogia e Licenciatura em Matemática, com participação de componentes de diferentes cidades da Paraíba e de Pernambuco.

No final de 2019, a partir de um primeiro trabalho de Mestrado sobre o pensamento algébrico voltado aos Anos Iniciais, orientado por Maria Alves de Azerêdo, decidimos, enquanto grupo, que essa seria a nossa temática de aprofundamento. Em 2020 e 2021, devido à pandemia da covid19, as atividades passaram a acontecer de forma remota, estendendo-se até os dias de hoje. Temos estudado sobre Álgebra, seu ensino nos Anos Iniciais, orientações curriculares no Brasil e em outros países, sua relação com a formação de professores, o livro didático, dentre outros, com suporte em pesquisas no país e internacionais.

No ano de 2022 promovemos encontros sobre a temática dos Estudos de Aula (*Lesson Study*), articulando com a Álgebra e o pensamento algébrico nos Anos Iniciais, já estudados nos anos anteriores. A partir da resposta dos componentes, envolvimento e interesse, a coordenação entendeu que o aporte teórico-metodológico dos Estudos de Aula poderia proporcionar a vivência da pesquisa, mesmo que o participante do grupo não estivesse em uma Pós-Graduação, possibilitando a articulação entre teoria e prática. Nessa altura, já tínhamos três mestrandas do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, e uma delas estava interessada nos Estudos de Aula, porque investigaria a formação de professoras de Anos Iniciais.

A proposta consistia na organização dos componentes do grupo em duplas, coordenados por um professor/pesquisador,



que vivenciariam o ciclo do Estudo de Aula com o tema, objeto da unidade temática Álgebra, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017), abarcando planejamento de uma aula; discussão do planejamento no GPEM/UFPA; replanejamento; realização da aula planejada em uma turma de Anos Iniciais; discussão coletiva do processo, no grupo; e escrita do relato da experiência articulando-o ao aporte teórico.

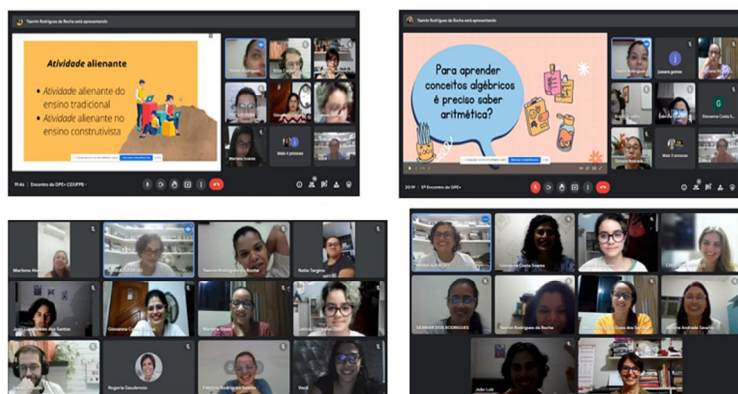
O grupo assumiu o desafio, chegando a formar seis duplas. Os objetos de conhecimento escolhidos foram: sequências repetitivas (três duplas); relação de igualdade (duas duplas); e grandezas diretamente proporcionais (uma dupla). As duplas com o mesmo objeto de conhecimento ministrariam com aulas voltadas para anos diferentes – por exemplo, sequências repetitivas seriam exploradas em turmas de 1º, 2º e 4º anos. As atividades ficaram assim distribuídas:

MESES/2022	ATIVIDADES
AGOSTO	Estudo de textos. Informações para o planejamento de sequência de aulas: carga horária, ano, objeto de conhecimento e habilidades a serem desenvolvidas com as crianças.
SETEMBRO	Estudo de textos (pensamento algébrico e Estudos de Aula) Apresentação de planos (três duplas por encontro), discussão coletiva e replanejamento a partir das contribuições do grupo.
OUTUBRO	Vivência do plano em sala de aula. Produção de registros e relatos. Preparação de material para apresentar ao grupo.
NOVEMBRO	Apresentação da vivência ao grupo (três duplas por encontro). Vivência do plano em sala de aula. Produção de registros e relatos, e apresentação dos resultados ao grupo.
DEZEMBRO	Análises das aulas e produção de documento de socialização do processo e dos resultados (artigo).

Fonte: Elaboração do grupo de pesquisa (2022).



Nas imagens a seguir, apresentamos alguns registros de nossos encontros em 2022, nos meses de abril, maio, julho e julho.



É importante destacar que, do início do ciclo de Estudos de Aula, em agosto de 2022, até o momento da produção da primeira versão (meados de 2024), alguns participantes deixaram o grupo por razões diversas: falta de tempo; dificuldade para articular o trabalho na escola com a programação de encontros do grupo; e dificuldades na escrita, pelo tempo de afastamento dos estudos na universidade. Por outro lado, outros chegaram somando, participando de seleção de Mestrado, inserindo-se ao programa de Pós-Graduação e ampliando suas pesquisas.

No período de 2022 a 2024, tivemos três dissertações produzidas no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEPB/Campina Grande a partir dos temas discutidos no GPEMais/UFPB, tendo como objeto de estudo a Álgebra dos Anos Iniciais.

Assim, organizamos este livro em que reunimos **Vivências sobre o ensino de Álgebra em um grupo colaborativo: formação docente em movimento**, trazendo, inicialmente, artigos dessas três dissertações, que foram fruto do trabalho coletivo empreendido no GPEMais: a primeira, intitulada *Exploração do pensamento algébrico dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na perspectiva da Resolução de Problemas: uma*



análise de atividades, de autoria de Yara de Fátima Nascimento Andrade, sob a orientação da professora Maria Alves de Azerêdo, foi defendida em 2023.

A pesquisa explorou a Resolução de Problemas em uma sequência didática envolvendo sequências repetitivas no 5º ano do Ensino Fundamental, embora a BNCC não proponha habilidades com esse objeto para essa etapa de ensino. A experiência da pesquisa nos convida a refletir sobre uma sequência didática planejada e vivenciada em turma de quase 40 estudantes, em uma escola pública de Camutanga (PE). Os resultados evidenciam potencialidades da proposta ao promover situações de ensino no campo da Álgebra, com a observação de regularidades e padrões; o estabelecimento de relações numéricas e a operação de multiplicação; e a resolução de problemas de contextos variados.

A segunda dissertação, intitulada *A exploração de sequências no livro didático de Matemática dos Anos Iniciais*, de Yasmin Rodrigues da Rocha, sob a orientação da professora Rogéria Gaudencio do Rêgo, foi defendida no início de 2024 e traz uma análise de uma coleção de livros didáticos do PNLD 2023, utilizada pela rede municipal do município de João Pessoa (PB). A pesquisa apresenta um potente levantamento de tipos de sequências (repetitivas, recursivas e mistas) na coleção e habilidades algébricas exploradas. O trabalho traz contribuições relevantes, com a definição de categorias que permitiram uma análise consistente e crítica da coleção, apresentando ao leitor a potencialidade do trabalho com sequências e as limitações das atividades presentes nos livros, correlacionando aos limites das orientações curriculares vigentes.

A terceira dissertação, com o título *A formação continuada de professores dos Anos Iniciais: o ensino de Álgebra e as possibilidades formativas dos Estudos de Aula*, de Mariana Virgínia Góes dos Santos, orientada pela professora Maria Alves de Azerêdo, foi defendida em setembro de 2024. A autora traz a descrição e a análise de uma vivência de formação continuada



com professoras do 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública em João Pessoa (PB), com foco em sequências repetitivas, por meio da metodologia do Estudo de Aulas.

A escolha para iniciar o livro com esse conjunto de dissertações se deve à potência e à contribuição para a pesquisa sobre a Álgebra nos Anos iniciais, e por serem resultados de pesquisas mais consistentes, do ponto de vista teórico-metodológico. A partir do quarto capítulo, adentramos às produções iniciadas em 2022 e que constituem a Vivência do Ciclo do Estudo de Aula (*Lesson Study*) sendo revisadas, neste ano, em razão desta publicação.

Ressaltamos que, das seis propostas de vivências feitas em 2022, duas não foram concluídas e uma foi alterada para uma sala de aula de Ensino Médio, com a chegada ao GPE+ de uma professora que leciona nesse nível de escolaridade. No conjunto de trabalhos denominados de *Vivências*, dois deles tratam sobre Sequências Repetitivas, no quarto e no quinto capítulos, respectivamente: *Explorando o ensino de sequências repetitivas no 2º ano na relação com o Estudo de Aula*, de Giovanna Costa Soares, Mariana Soares de Lima Galdino e Maria Alves de Azerêdo; e *Sequências Repetitivas no 4º ano do Ensino Fundamental na perspectiva do Estudo de Aula*, das autoras Simone Andrade Tavares, Yasmin Rodrigues da Rocha e Maria Betânia Sabino Fernandes.

Em seguida, temos o 6º capítulo, intitulado *Explorando a ideia de igualdade na Álgebra: reflexões e práticas no contexto do estudo de aula*, das autoras Cristiane Carvalho Bezerra de Lima, Yara de Fátima Nascimento Andrade e Cristiane Borges Angelo. O trabalho traz uma vivência com o objeto de conhecimento Relações de Igualdade, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio. A discussão dos resultados considera as contribuições da experiência para que os estudantes estabelecessem conexões entre uma balança – instrumento prático e visual – e a compreensão contextualizada sobre a ideia de igualdade e sua representação algébrica.



No 7º capítulo, temos o artigo *Estudos de Aula e o desenvolvimento do raciocínio proporcional: possibilidades pedagógicas a partir do Jogo das Argolas*, de Mariana Virgínia Góes dos Santos, Fabrícia Rodrigues Soares e Rogéria Gaudencio do Rêgo. Esse trabalho apresenta uma vivência com sequência didática envolvendo o *Jogo das Argolas*, e as autoras discutem suas potencialidades para a compreensão da ideia de proporcionalidade por uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental.

Por fim, trazemos o artigo produzido por Érick Macêdo Carvalho e Rogéria Gaudencio do Rêgo, intitulado *As dimensões e os códigos do quarteto do conhecimento mobilizados em uma atividade de sequência geométrica com estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. O trabalho apresenta um recorte da tese de Doutorado do primeiro autor, entrelaçado com as aulas realizadas em turma de 2º ano (presente no quarto capítulo deste livro), envolvendo sequências repetitivas, com base no o Quarteto do Conhecimento, para referencial teórico dirigido à formação docente.

Por fim, destaca-se que a construção desta coletânea foi fruto de trabalho coletivo e colaborativo, tendo a clareza e a convicção de que nosso GPE+ é um espaço de formação continuada para estudantes, professores e pesquisadores, e de produção de conhecimento e pesquisa. Ao longo desses seis anos de encontros quinzenais, as dúvidas, os comentários e as reflexões perpassaram os conhecimentos matemático e pedagógico para ensinar Matemática, mas, também, por inúmeras vezes, indagamos os próprios teóricos e pesquisadores, entendendo-os na incompletude do fazer Ciência, e, por isso, passíveis de questionamentos. O que temos de muito valioso no grupo é o diálogo proporcionado entre quem está no chão da escola pública e aqueles que estão no espaço da universidade, na formação inicial de professores que ensinam Matemática, mediados por referenciais teóricos diversos.

Que este grupo continue firme em ser um espaço de estudos, trocas, reflexões e produção de conhecimento sobre



Educação Matemática nos Anos Iniciais, e que os frutos possam ser partilhados para que alcancem as nossas escolas do ensino fundamental, na Paraíba, no Nordeste e em todo o país. Este é um grande desafio em que nos colocamos na condição de líder do GPEMais/UFPB.

João Pessoa, 12 de abril de 2025.

Maria Alves de Azerêdo
Rogéria Gaudencio do Rêgo
Cristiane Borges Angelo
Organizadoras



EXPLORAÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ANÁLISE DE ATIVIDADES

Yara de Fátima Nascimento Andrade
Maria Alves de Azerêdo

INICIANDO A CONVERSA

Este capítulo foi produzido a partir de estudos realizados no Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática nos Anos Iniciais (GPEMais), da Universidade Federal da Paraíba, o qual realiza encontros para estudo e discussões, especialmente sobre Álgebra. A pesquisa *Explorando o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na perspectiva da resolução de problemas* trata de conceitos importantes na área de Educação Matemática, e a metodologia de Resolução de Problemas é parte central dos processos de ensino e aprendizagem, a fim de promover autonomia, engajamento, criatividade, visando, ainda, a possibilidade de construir conhecimento a partir da ação e da reflexão.

O Pensamento Algébrico é uma ferramenta que pode e deve ser desenvolvida e utilizada na Matemática para facilitar a aprendizagem de conceitos e procedimentos, como argumentação, conjecturação e generalização de ideias.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O termo “Resolução de Problemas” passou por algumas mudanças ao longo dos anos no que se refere ao seu entendimento. Antes entendida como uma “técnica” aplicada na resolução de situações cotidianas, passou a ser vista como uma



metodologia de ensino. Essas mudanças ocorreram devido ao destaque que a Resolução de Problemas ganhou a partir dos estudos e pesquisas de George Polya (1945).

Segundo Polya (1995), para resolver um problema, devemos considerar quatro fases: compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e refletir sobre a solução encontrada e o processo realizado. As fases apontadas por Polya reforçam a ideia de desenvolvimento de ferramenta cognitiva para solucionar determinado problema, exigindo mais do que técnica. A partir de meados da década de 1980, o mundo inteiro voltou-se para pesquisas e estudos na área de Resolução de Problemas, o que resultou publicações importantes nas décadas seguintes. No Brasil, os estudos realizados voltavam-se para o ensino “por meio” da resolução de problemas.

Documentos oficiais, assim como estudiosos da área de Matemática, trazem definições acerca desse conceito. De acordo com Andrade (2017, p. 363), há um consenso de que “um problema é uma situação na qual um indivíduo ou grupo de indivíduos é chamado a solucionar uma tarefa, mas que este não tem uma resposta e nem procedimento disponível de imediato”. Sendo assim, consideramos a Resolução de Problemas uma possibilidade de desenvolver aspectos relacionados à criatividade e à autonomia dos estudantes, uma vez que não há um direcionamento pré-estabelecido de como iniciá-la.

Onuchic e Allevato (2011) apresentam um roteiro para desenvolver a metodologia de resolução de problemas, contendo inicialmente dez etapas:

1. Formação de grupos.
2. Preparação do problema: a seleção de um problema deve levar em consideração a construção da aprendizagem de algum “conceito, princípio ou procedimento” (Onuchic; Andrade, 2017, p. 439), sendo este problema denominado zproblema gerador.



3. Leitura individual: a leitura deve ser realizada por cada aluno em um primeiro momento;
4. Leitura em conjunto: a leitura em conjunto pode gerar dificuldades, mas o professor pode intervir e ajudar os alunos a chegarem na interpretação do texto matemático. Além disso, podem surgir problemas secundários, relativos ao desconhecimento de uma palavra ou expressão, gerando novas demandas de entendimento. O professor pode também propor o uso do dicionário.
5. Resolução do problema: após sanar as dúvidas relacionadas ao enunciado do problema, os alunos devem buscar solução para ele de modo cooperativo e colaborativo. O problema gerador será o fio condutor para o processo de aprendizagem por meio da Resolução de Problemas.
6. Observação e incentivo: o professor assume o papel de observador e incentivador da construção do conhecimento dos alunos. Por meio da mediação, ele os conduz a pensar sobre o problema, acolhendo as dificuldades, valorizando os conhecimentos prévios e incentivando as diversas estratégias de resolução.
7. Registro das resoluções na lousa: registrar as resoluções é uma etapa importante e deve ser valorizada, sem exceção. Os alunos precisam ser encorajados a registrar suas resoluções para que haja uma discussão a respeito delas.
8. Plenária: os alunos discutem as estratégias que foram registradas na lousa, defendendo suas ideias e sanando dúvidas de seus colegas. O professor terá o papel de mediador da discussão.
9. Busca do consenso: nesta etapa, os alunos devem chegar a um consenso sobre qual ou quais estratégias estão corretas.
10. Formalização do conteúdo: cabe ao professor realizar o registro formal na lousa.



Posteriormente o roteiro proposto por Onuchic e Allevato (2011) teve a adição de mais uma etapa:

11. Proposição de problemas: esta etapa é essencial para o ensino e a aprendizagem matemática, sendo fundamental para aprofundar e ampliar as habilidades dos alunos referentes à Resolução de Problemas (Onuchic; Andrade, 2017).

Onuchic e Allevato (2011, p. 82) destacam que “não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula Matemática”, porém, o Roteiro de Atividades ajuda o professor a compreender a metodologia e, consequentemente, a auxiliar os alunos no processo de construção do conhecimento matemático.

Atualmente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017) destaca a Resolução de Problemas como metodologia importante para o desenvolvimento de habilidades necessárias ao letramento matemático. A proposta da BNCC é trabalhar a metodologia de Resolução de Problemas articulando as seguintes unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; e Probabilidade e Estatística.

O QUE É ÁLGEBRA?

Conceituar a Álgebra não é tarefa fácil, uma vez que as concepções relativas a ela sofreram mudanças ao longo do tempo. De acordo com Booth (1995), uma das diferenças mais marcantes e popularizadas entre “a Aritmética e a Álgebra é, obviamente, a utilização, nesta última, de letras para indicar valores” (Booth, 1995, p. 30). A autora também destaca a diferença entre Aritmética e Álgebra observando o foco da atividade: “em Aritmética, o foco da atividade é encontrar determinadas respostas numéricas particulares. Na Álgebra, porém, é diferente.



Na Álgebra o foco é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada geral” (Booth, 1995, p. 24).

Leitzel (2014) define a Álgebra como “uma extensão e uma generalização da Aritmética”. Segundo a autora, a Álgebra fornece ferramentas para resolver problemas que a Aritmética não consegue responder. No entanto, acreditando que a Álgebra é mais do que uma extensão da Aritmética, Kieran (2007, p. 5) ressalta que “a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas”. Considerar a Álgebra uma “forma de pensar” faz com que percebamos a necessidade de compreender as representações do pensamento por meio da Matemática.

A Álgebra é uma ferramenta importante para que habilidades, como perceber padrões e regularidades e a capacidade de generalizar, sejam desenvolvidas. Para isso, é importante e necessário que os estudantes tenham contato com as noções algébricas desde os primeiros anos de escolarização.

METODOLOGIA

No desenvolvimento das atividades de investigação, utilizou-se a metodologia de Resolução de Problemas (RP), envolvendo sequências repetitivas, considerando a necessidade de os estudantes desenvolverem o processo resolutivo por meio de investigação, tentativas, da criação de hipóteses e validação de suas proposições. A proposta de atividades foi organizada utilizando recursos diversos, como *slides* com exemplos de sequências repetitivas, para posterior análise de respostas no coletivo.

Na metodologia de RP, o desenvolvimento das atividades seguiu o roteiro proposto por Onuchic e Allevato (2011), o qual expõe etapas sequenciais para a resolução de situações-problema. De modo geral, os estudantes passaram por momentos de leitura individual (em duplas) e coletiva (turma e pesquisadora),



resolveram, apresentaram resultados e discutiram as estratégias e resultados.

Na discussão dos resultados das atividades propostas em sala de aula com estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental, foram usados nomes fictícios para identificá-los. Além disso, foram propostas atividades com sequências repetitivas (figurais) e recursivas (numéricas), apoiadas na metodologia de RP. Neste artigo, trazemos os resultados das análises de três das seis atividades propostas realizadas com os estudantes, considerando os aspectos mais importantes na discussão à luz do referencial teórico. As demais atividades fazem parte do Produto Educacional desenvolvido durante a pesquisa.

PROPOSTA DE ATIVIDADES COM SEQUÊNCIAS

SEQUÊNCIA VIVA

Convidamos os estudantes para participar de uma atividade denominada *Sequência Viva*, na qual eles formaram uma sequência com seus corpos. Alguns voluntários foram ao centro da sala, que estava organizada em formato de U, e ficaram posicionados de acordo com os comandos dados pela pesquisadora. O restante da turma e a professora observaram atentamente a formação da sequência.

Fez-se perguntas para que os estudantes percebessem o padrão/regularidade da sequência. Além de perceberem o padrão, eles puderam continuar a sequência, após terem descoberto seu “segredo”. De acordo com Vale *et al.*, (2011, p. 9) “um padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades”. Durante essa atividade os estudantes tiveram contato com a formação de uma sequência e puderam identificar seus elementos, dando-lhe continuidade.



Nessa etapa da atividade, os elementos considerados na sequência eram meninos e meninas da própria turma. A primeira situação com a *Sequência Viva* foi formada por 1 menino, 1 menina, 1 menino, 1 menina, e assim sucessivamente. A Figura 1 está representando este momento.

Figura 1 – Sequência Viva 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

De acordo com Van de Walle (2009, p. 296), “os padrões são encontrados em todas as áreas da matemática. Aprender a procurar por padrões e como descrever, traduzir e ampliá-los é parte do fazer matemática e do pensar algebricamente”. A atividade *Sequência Viva* possibilitou aos estudantes procurar padrões envolvendo seus próprios corpos, o que tornou a atividade mais dinâmica, fazendo com que eles participassem do processo de aprendizagem e agissem com autonomia.

A segunda situação com a *Sequência Viva* foi formada por 1 menino de frente, 1 menina de costas, 1 menino de frente, 1 menina de costas, e assim sucessivamente, como registrado na Figura 2.



Figura 2 – Sequência Viva 2



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

A terceira situação com a *Sequência Viva* foi formada por 1 menino em pé, 2 meninas sentadas no chão, 1 menino em pé, 2 meninas sentadas no chão, e assim sucessivamente, conforme indica a Figura 3.

Figura 3 – Sequência Viva 3



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Os estudantes foram questionados se perceberam o “segredo” que existia na formação da sequência, e a maioria da turma o identificou, para cada uma das situações propostas. Durante essas atividades, eles foram indagados sobre como poderiam continuar as sequências e quais “elementos” seriam necessários. Além disso, deveriam apresentar exemplos com outro padrão que não o que havia sido estabelecido, para que pudessem perceber “erros” nas sequências.



A princípio os estudantes estavam tímidos, mas participaram da *Sequência Viva* com entusiasmo, e aqueles que observavam as formações das sequências estavam atentos às mudanças e respondiam à medida em que eram feitas perguntas para a turma, que, apesar de ser numerosa, participou do processo com tranquilidade.

De acordo com Vale *et al.*, (2006), trabalhar com padrões é essencial para que os estudantes possam desenvolver a capacidade de generalizar, favorecendo o pensamento investigativo e contribuindo para o processo de resolução de problemas. O conjunto de atividades *Sequência Viva* foi importante para que eles pudessem perceber a existência de padrões de modo prático. “Os alunos devem começar a aprendizagem da álgebra de modo intuitivo e motivador com o estudo dos padrões no mundo que nos rodeia e o esforço de analisar e descrever esses padrões” (Vale *et al.*, 2006. p. 7).

Esse conjunto de atividades possibilitou aos estudantes procurarem padrões ao assumirem a posição de investigadores. Eles observaram as sequências, descreveram os elementos que a formavam e as continuaram quando solicitados. Segundo Vale *et al.*, (2006), esse tipo de atividade tem duas etapas importantes na busca pela exploração do pensamento algébrico: a procura por padrões e o reconhecimento desse padrão.

MINHAS DESCOBERTAS

A atividade *Minhas Descobertas* é resultado de construções de sequências nas quais os estudantes manipularam pedaços de papel com formatos e cores diferentes. Nesta atividade os estudantes produziram sequências coloridas a partir dos comandos que receberam. Posteriormente, foram escolhidas três sequências construídas por eles e colocadas em um *slide*. Ainda, foi escondido algum elemento das sequências, para que os estudantes descobrissem qual estava ausente, e foram feitos



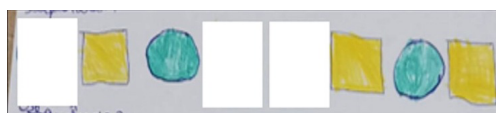
questionamentos a partir das respostas dadas, como sua justificativa de resposta.

Jungbluth, Silveira e Grando (2019) explicam que as atividades escolares com sequências apresentam uma estrutura básica, como na atividade proposta para observar e identificar um termo/elemento faltante e, assim, continuar a sequência, para o estudante chegar à generalização. De acordo com esses autores:

[...] A ideia subjacente a esse tipo de atividade é que o estudante comece fazendo uma generalização próxima e, na continuação dos itens, chegue à generalização distante, que permite calcular o número de elementos de qualquer termo da sequência (Jungluth; Silveira; Grando, 2019, p. 100).

A primeira sequência foi formada por dois elementos: um círculo verde e um quadrado amarelo (Figura 4). Os estudantes observaram o *slide* e responderam que o primeiro elemento ausente seria um círculo. Questionados sobre como sabiam se era um círculo, responderam: “Se o próximo era um quadrado e, depois dele, um círculo, então só poderia ser um círculo”. Eles continuaram a sequência oralmente, confirmando a hipótese.

Figura 4 – Sequência 1, com dois elementos, construída pelos estudantes



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Dando continuidade à observação do *slide*, os estudantes analisaram a sequência 2, formada por um círculo verde, um triângulo azul e um quadrado amarelo (Figura 5). Em seguida, foram questionados sobre quais elementos estavam ausentes na sequência e quantos elementos a formavam. Eles prontamente responderam que era uma sequência formada por três elementos. Sobre o elemento ausente, obteve-se duas respostas:

inicialmente, responderam que faltava um círculo logo após o triângulo. Foi solicitado, então, que um estudante fosse até a lousa e desenhasse nos espaços em branco os elementos que faltavam.

Figura 5 – Sequência 2, com três elementos, construída pelos estudantes



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Quando o estudante retornou ao seu lugar, a estudante Roberta disse que “não era um círculo, pois logo em seguida havia outro círculo”. Nesse momento, os demais concordaram e pediram para apagar o desenho feito pelo primeiro estudante. Questionados novamente sobre qual seria o elemento ausente, um estudante chamado Vítor respondeu que faltava um quadrado amarelo. Solicitou-se que ele fosse desenhá-lo no primeiro espaço em branco, para verificar se estava correto. Assim que ele retornou ao seu lugar, os demais responderam que estava correto, e que no outro espaço também era um quadrado amarelo. Perguntados sobre como tinham certeza dessa resposta, Roberta respondeu que “quando eles repetiram os desenhos, só daria certo com o quadrado”. Por fim, observou-se a sequência 3, formada por um retângulo vermelho, um círculo verde, um quadrado amarelo e um triângulo azul (Figura 6).

Figura 6 – Sequência 3, com quatro elementos, construída pelos estudantes



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Novamente, os estudantes analisaram a sequência e identificaram os elementos presentes, destacando as cores e as formas. Questionados sobre quais elementos estavam ausentes, responderam que faltava um círculo verde e, depois, um quadrado amarelo. Um estudante foi convidado a verificar se a resposta estava correta, desenhando os elementos sugeridos pela turma nos espaços indicados – tarefa para a qual Carlos se voluntariou.

Nesse momento, o estudante Iago disse que, “para descobrir, era preciso observar o elemento que vinha antes”, e Carlos disse que eram mesmo um círculo e um quadrado, porque esses elementos se repetiam. Podemos entender que Carlos fez uma observação mais atenta a partir dos elementos presentes na sequência, podendo indicar o processo de generalização, mesmo que não seja algébrica, visto que, para concluir sua resposta, ele precisou recorrer ao desenho em sua análise. O ensino de Matemática deve se mover do geral para o particular, levando à compreensão de uma estrutura e à possibilidade de análise (Moretti; Virgens; Romeiro, 2021). Concluiu-se a atividade destacando a importância de promover a observação e a análise de sequências com elementos faltantes. Essa atividade é desafiadora porque leva os estudantes a identificar regularidades, a formular hipóteses e testá-las. Essa é uma atividade em que é possível os estudantes conjecturarem e generalizarem.

Em seguida, foi realizada outra atividade com *slides*. Com dois exemplos de sequências repetitivas, alguns questionamentos foram feitos à turma. No primeiro exemplo (Figura 7), solicitou-se aos estudantes que observassem os elementos, as formas e as cores, bem como a quantidade de elementos presentes na sequência, e respondessem qual seria o elemento da posição 8. Rapidamente, a turma respondeu que era um círculo.



Figura 7 – Analisando uma sequência com dois elementos

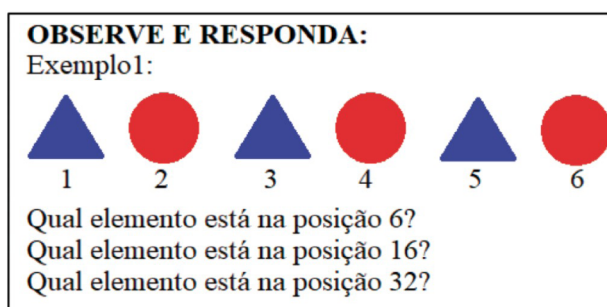


Fonte: Elaborada pelas autoras (2023).

Em seguida, questionou-se: “Como vocês sabem que é o círculo?”. Os estudantes responderam que era fácil, pois “era só continuar a sequência para saber”. Em seguida, foram questionados se precisaram desenhá-lo, e eles estudantes responderam que “não, era ‘de cabeça’”. Em seguida, perguntou-se qual era o elemento da posição 16 e se seria possível identificá-lo. Alguns estudantes pegaram lápis e papel e começaram a desenhar a sequência, a fim de chegar à posição 16 e descobrir qual era esse elemento. Outros foram contando nos dedos e chegaram à conclusão de que seria um círculo.

Questionados se poderiam descobrir o elemento da posição 32 e como o fariam, os estudantes responderam que “era muito, mas que dava para desenhar”. Nesse momento, perguntou-se se havia outra forma, além do desenho, de descobrir esse elemento, destacando que, se fosse um número ainda maior, eles levariam muito mais tempo para encontrar a resposta. Sugeriu-se, então, que observassem atentamente a sequência do *slide* (Figura 8). Para facilitar a análise, foram colocados índices embaixo de cada elemento. Após, foram feitas as seguintes perguntas: “Quais figuras aparecem?” e “Quais números aparecem abaixo dos triângulos?”. Os estudantes responderam 1, 3 e 5. Depois, perguntou-se: “E abaixo dos círculos?”. A resposta foi 2, 4 e 6. Foi feita a seguinte pergunta: “O que esses números têm de semelhante?”.

Figura 8 – Problematização com slides



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

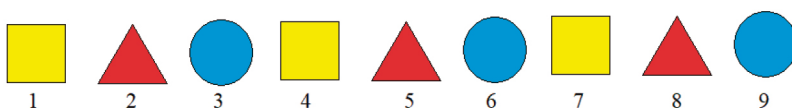
Nesse momento, a estudante Roberta disse: “Tia, os números são pares e ímpares”. Então, questionou-se: “O que isso pode nos mostrar, turma?”. Roberta continuou: “Se o triângulo é 1, 3 e 5, todos os triângulos serão ímpares, e os círculo pares, né?”. Perguntou-se à turma se concordavam com a explicação da colega, e a maioria respondeu que sim. Então, foi feito o seguinte questionamento: “Agora, é possível vocês descobrirem qual é o elemento da posição 32?” E a turma gritou: “SIM!”. Por fim, a mesma estudante informou que 32 é um número par e, portanto, um círculo. A atividade seguiu com outros questionamentos: “E qual é o elemento da posição 37?”, “E se quiser saber o elemento da posição 150?”. A turma respondeu que os números pares seriam representados por círculos e os ímpares por triângulos.

Para Vale *et al.* (2011, p. 38), “a procura de padrões em sequências numéricas pode ser uma boa oportunidade para introduzir ou relembrar números e relações numéricas, números pares ou ímpares; múltiplos; potências”. Ainda segundo os autores, as atividades com sequências numéricas podem fazer com que os estudantes estabeleçam relações entre os números, uma vez que, para descobrir o próximo termo, é preciso relacionar cada termo ao anterior.

Em seguida, foi apresentado outro exemplo de sequência repetitiva, dessa vez com três elementos (Figura 9). Foi solicitado que observassem os elementos da sequência – formas, cores e

quantidade. Em seguida, perguntou-se: “É possível descobrir qual é o 10º elemento desta sequência? De que forma?”.

Figura 9 – Analisando uma sequência com três elementos



Fonte: Elaborada pelas autoras (2023).

Os estudantes responderam, prontamente, que era possível descobrir desenhando e contando as figuras, como fizeram antes, e que o elemento 10 seria um quadrado. Questionados sobre qual elemento ocupava a posição 15, responderam que seria um círculo. Após, perguntou-se se somente seria possível descobrir contando nos dedos e desenhando e eles responderam que observando os números pares e ímpares também seria possível. Nesse momento, solicitou-se que os estudantes observassem o *slide*, em que foram inseridos os índices abaixo de cada elemento da sequência.

Os estudantes foram convidados a observar cada elemento e o índice correspondente. Após uma rápida análise, falaram que os elementos se repetiam. Em seguida, perguntou-se qual era o intervalo de repetição dos elementos. Nesse momento, não responderam. Então, deu-se continuidade ao desenho dos elementos da sequência, com sua numeração, e foi feita a seguinte pergunta: “E agora, é possível observar mais alguma coisa?”. O estudante Jonas respondeu que o quadrado estava nos números ímpares. Com base nessa resposta, questionou-se: “Se os quadrados estão nos números ímpares, pode-se dizer que há um quadrado na posição 22?”. Rapidamente a turma disse que “não, pois o número 22 é par”. Nesse momento, o estudante Carlos afirmou que nem todo quadrado ocupava a posição ímpar, porque 4 é um número par e representava um quadrado. A turma validou a resposta do colega.

Prosseguiu-se com o incentivo à reflexão sobre qual seria o “segredo” daquela sequência e como era possível descobri-lo sem desenhar. Por exemplo, qual é o elemento da posição 22? Como os estudantes não conseguiram perceber a relação dos elementos se repetindo de 3 em 3, circulou-se, na lousa, os números múltiplos de 3 (3, 6, 9, 12, 15...), solicitando aos estudantes que observassem os valores destacados. Ao observarem, ainda não conseguiram estabelecer relação com os múltiplos de três.

Vale e Pimentel (2011) destacam a importância de os estudantes aprenderem a pensar matematicamente e ressaltam que grande parte das dificuldades relacionadas à Matemática se dá pelo fato de eles recorrerem à memorização e não à compreensão dos conceitos, dos conteúdos e das situações. Fez-se, aqui, um paralelo com a situação proposta aos estudantes, pois foi necessário recorrer à compreensão da formação das sequências e identificar e entender o padrão usado para avançar na construção das sequências.

Na parede da sala de aula havia um cartaz com a tabuada de 1 a 9. Então, chamou-se a atenção para a tabuada de multiplicação do 3. Após, os estudantes foram questionados: “O que podemos ver aqui?”. E responderam: “É a tabuada do 3, tia”. Solicitou-se que observassem e tentassem perceber se aquela tabuada tinha alguma relação com a sequência que estava no *slide*. Alguns estudantes começaram a recitar a tabuada do 3 e, após um tempo observando o cartaz, Carlos respondeu que a tabuada e a sequência dos números eram iguais. Segundo Pironel e Vallilo (2017), a avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem permite que o professor faça intervenções imediatas durante a resolução de uma situação-problema. Então, os questionamentos seguiram-se: “De quantos em quantos elementos a sequência se repete?”, “A partir de qual elemento a sequência começa a repetir?”, “Quais números aparecem abaixo desse elemento?”. Os estudantes observaram atentos e começaram a dar seus palpites:



- Carlos: “Repete de 3 em 3!”.
- Iago: “É o quadrado que começou se repetir!”.
- Carlos: “Já sei! O quadrado está nos números da tabuada!”.

Então, após questionado, Carlos explicou melhor a sua resposta: “Tia, a gente estava olhando o quadrado, mas o círculo é que está nos números da tabuada!”. Partindo da resposta do estudante, deu-se continuidade à explicação: “Então, quer dizer que o círculo está aparecendo nos números dos resultados da tabuada. Se isso for verdade, vocês podem me dizer qual elemento irá aparecer na posição 15?”. Prontamente, olharam para o cartaz na parede e responderam: “É o círculo de novo!”. Solicitou-se que explicassem a resposta, e os estudantes disseram que “15 era outro resultado da tabuada e, por isso, seria o círculo”. Seguiu-se: “Vocês conseguem dizer qual elemento aparecerá na posição 22?”. Carlos levantou a mão e disse: “Eu sei!”. E após ser solicitado que explicasse sua resposta, afirmou: “Se a gente disse que o círculo estava no resultado da tabuada do 3, o número 22 é o resultado $21 + 1$, portanto será um quadrado, pois o 21 é um círculo, por ser o resultado da tabuada, e o 22 vem logo em seguida”.

Nas palavras de Moretti, Virgens e Romeiro (2021), a generalização aritmética envolve estratégias do pensamento que utilizam recursos como “tentativa e erro” ou a indução aritmética para chegar a uma regra geral, mas não ocorre o processo analítico da situação. Nessa atividade, os estudantes precisaram testar as hipóteses que surgiam durante a mediação até chegarem à resposta correta.

Retornou-se à lousa e, por meio do desenho da sequência, confirmou-se a hipótese de Carlos, e todos concordaram com a resposta. Explicou-se, então, que aquela situação se tratava de uma sequência repetitiva cujo padrão eram os múltiplos do número 3 e seus vizinhos imediatos, por isso havia essa relação com a tabuada. Segundo Van de Walle (2009, p. 296), podemos



considerar uma sequência repetitiva quando for possível identificar “a menor cadeia de elementos que se repete”.

A metodologia de RP trouxe para os estudantes a possibilidade de conhecer, compreender, formular, testar e validar as hipóteses por meio da liberdade que subsidia essa metodologia, quando pensada com esse direcionamento. Acredita-se que a resolução de situações-problema deve considerar “os métodos, os procedimentos, as estratégias e as heurísticas que os alunos usam na resolução de problemas” (Branca, 1997, p. 7). Essa foi a concepção adotada neste trabalho, considerada capaz de expressar o que realmente se espera dos processos de ensino e aprendizagem.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMA

Problema: “O prefeito da cidade ‘Alegria’ construiu algumas casas para vender por um preço acessível à população carente. Para facilitar a localização de cada uma, numerou-as como indicado na Figura 10”:

Figura 10 – Imagem do problema das casas da cidade “Alegria”

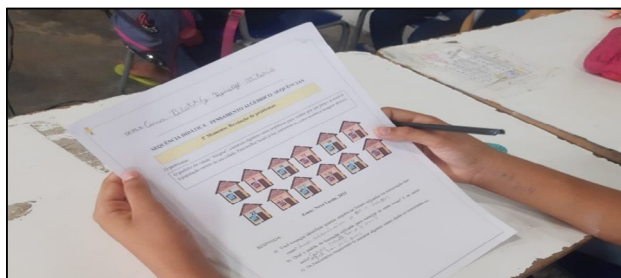


Fonte: Nova Escola (2022).

A partir da observação da figura, foram propostas as seguintes questões: a) Você consegue identificar quantas sequências foram utilizadas na numeração das casas?; b) Qual é o padrão de formação utilizado para numerar as casas cor-de-rosa? E as casas azuis?; c) Os funcionários esqueceram de numerar algumas casas, ajude-os numerando-as.

Após, solicitou-se a formação de duplas e explicou-se que se tratava de uma atividade de resolução de problemas. Com base nas etapas propostas pelo roteiro de Onuchic e Allevato (2011), iniciou-se a atividade. Para que todos pudessem acompanhar ao mesmo tempo a leitura e observar a imagem, projetou-se um *slide* com a situação-problema. Então, solicitou-se aos estudantes que lessem individualmente o enunciado e, após, fizessem uma leitura coletiva. Em seguida, explicou-se que eles deveriam observar atentamente a imagem e responder às perguntas na folha que receberam (Figura 11).

Figura 11 – Folha de registro de repostas da situação-problema das casas, em duplas



Fonte: Acervo da pesquisa (2023).

Enquanto os estudantes tentavam responder, percorreu-se a sala de aula para observar e esclarecer dúvidas. Ao chegar próximo à Dupla 1, notou-se que os estudantes estavam numerando as casas da situação-problema a partir da casa azul (22), seguindo de 1 em 1. Nesse momento, solicitou-se que voltassem a observar no *slide* todas as casas. Então, foi solicitado aos estudantes que observassem a figura e, em seguida, foram feitas as seguintes perguntas: “Quais são as cores das casas?”, “Quais são os números que aparecem?”, “Existe alguma relação entre essas informações?”. As duplas observaram a figura e algumas respostas surgiram. As estudantes da Dupla 9 responderam que as casas azuis apresentavam numeração par e as casas cor-de-rosa, ímpar. A turma confirmou essa hipótese e continuou com a resolução do problema.

Após, foram retomadas as questões da situação-problema e realizou-se uma leitura em conjunto. “Você consegue identificar quantas sequências foram utilizadas na numeração das casas?”, “Qual é o padrão de formação utilizado para numerar as casas cor-de-rosa? E as casas azuis?”, “Os funcionários se esqueceram de numerar algumas casas, ajude-os numerando-as”. Depois da leitura, solicitou-se aos estudantes que tentassem responder às questões em duplas enquanto se percorreu a sala de aula para observar as tentativas de resolução. A etapa de leitura coletiva é importante, pois existem estudantes que ainda não foram efetivamente alfabetizados, mesmo estando no 5º Ano do Ensino Fundamental. Na turma, havia alunos nessa condição, e estes geralmente não fazem as atividades de forma autônoma, já que não conseguem ler adequadamente. Com essa etapa sugerida no roteiro, todos os estudantes tiveram condições de compreender as questões propostas e traçar estratégias para resolvê-las.

As alunas da Dupla 9 já haviam respondido ao item A e tentavam numerar as casas. Perguntadas sobre que estavam fazendo, elas responderam: “A gente está tentando colocar o número que falta nas casas, mas está complicado”. Solicitou-se, então, que elas observassem apenas os números das casas azuis. As estudantes iniciaram uma contagem nos dedos a partir do número da primeira casa azul, passando para a segunda e, depois, para a terceira. Questionadas se haviam percebido algo, elas responderam que a numeração das casas estava aumentando. Perguntou-se, ainda, se era possível saber de quanto foi esse aumento, e as estudantes responderam que sim. A partir dessa mediação, continuaram resolvendo a questão.

Perguntou-se à Dupla 1 como estava a resolução. O estudante Bernardo afirmou que os números que faltavam nas casas não seguiam uma sequência de 1 em 1 e que não sabia como proceder. Então, a dupla foi orientada da mesma forma que a Dupla 9 – observar a numeração das casas azuis. Perguntou-se, em seguida: “O que vocês percebem agora?”, e Antônio respondeu que os números aumentaram. E Eudes disse que eles estavam



aumentando de 5 em 5. Solicitou-se que contassem novamente: 5, 6, 7, 8, 9, 10. Eudes entrevistou, dizendo: “Não é de 5 em 5, é de 6 em 6! A gente contou errado!”. Dessa forma, confirmou-se a hipótese da dupla, e continuaram.

O item A da situação-problema das casas (Figura 10) solicitava às duplas que identificassem quantas sequências apareciam, e elas responderam que havia duas sequências: pares e ímpares. As duplas acertaram ao identificar duas sequências, no entanto foi uma coincidência o fato de haver sequências pares e ímpares, pois é possível observar que nas casas azuis aparecem números pares (4, 10, 16, 22, 28 e 34) e nas casas rosas aparecem números ímpares (5, 13, 21, 29, 37 e 45). As duplas numeraram as casas, identificando que as azuis representavam uma sequência de 6 em 6 e as cor-de-rosa representavam uma sequência de 8 em 8.

Já o item B solicitava a identificação do padrão das sequências. A sequência que aparece na situação-problema das casas é numérica recursiva, pois é formada por números, e para determinar o próximo termo é preciso calcular seu valor a partir do termo anterior. No caso da situação-problema proposta, os estudantes precisavam somar 6 ao número da primeira casa azul e 8 ao número da primeira casa cor-de-rosa para determinar o número da casa seguinte de cada cor, prosseguindo com essas adições das sequências. Van de Walle (2009, p. 298) destaca que “o desafio nesses padrões ou sequências numéricas não é apenas encontrar e expandir o padrão, mas também fazer generalizações”.

Chegando à Dupla 2, perguntou-se como estavam resolvendo as questões propostas, e os estudantes responderam: “Tia, a gente está contando e viu que os números vão aumentando de 6 em 6”. Perguntados sobre como perceberam esse padrão, eles responderam que foram contando somente as casas azuis e notaram que, de um número para o da próxima casa, aumentavam 6 unidades. Questionados se haviam descoberto o padrão das casas cor-de-rosa, eles responderam que fizeram da mesma



forma e perceberam que a numeração aumentava de 8 em 8. Solicitou-se, então, que numerassem as casas que restavam.

Após um tempo de resolução, passou-se para a próxima etapa, em que foi solicitado às duplas que apresentassem os resultados, checando se acertaram. Esse momento é uma oportunidade de avaliação pelo próprio estudante. Pironel e Vallilo (2017) destacam a avaliação do sentido atribuído pelo estudante com relação ao que estuda dando ênfase ao processo de reflexão que ele deve fazer a respeito dos seus erros e acertos. Nessa avaliação, o estudante “procura um significado sobre o que estuda, de forma consciente, não apenas seguindo regras do professor” (Pironel; Vallilo, 2017, p. 294).

Apresentou-se uma tabela em um *slide* com a identificação de cada dupla e iniciou-se a chamada de um representante de cada uma na lousa, a fim de preencher as colunas com os resultados (Etapa 7). Algumas duplas não quiseram ir até a lousa, e essa decisão foi respeitada. Seguiu-se, então, com as duplas que aceitaram o convite. Os estudantes levaram a folha com as respostas que encontraram e as leram para a turma, que concordava com a maioria dos resultados apresentados. Dessa forma, a tabela foi preenchida (Figura 12).

Figura 12 – Slide usado na sistematização dos resultados

DUPLA	RESULTADO	
1	a) 2 sequências de par e ímpar	b) Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6
2	2 em 2	Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6
3	Par e ímpar	Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6
4	2 em 2	Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6
5	2 em 2, par e ímpar	Casa rosa de 8 em 8 Casa azul de 6 em 6

Fonte: Acervo da pesquisa (2023).



Após o preenchimento da tabela, foi solicitado que todos observassem os resultados e verificassem suas respostas. Em seguida, questionamos se alguém havia feito diferente, e os estudantes responderam que não. Pedimos, então, que explicassem como haviam chegado a esses resultados, e eles explicaram. O momento da apresentação dos resultados (Etapa 8) é importante para que os alunos possam expor suas hipóteses e refletir sobre o(s) resultado(s) apresentado(s), pois, nessa etapa, é esperado que também se discutam as estratégias usadas na resolução.

Pironel e Vallilo (2017) destacam a importância do trabalho colaborativo dentro da metodologia de RP. Segundo os autores, esse tipo de atividade permite que estudantes com maiores dificuldades consigam aprender com seus colegas no momento em que discutem suas dúvidas, contribuindo para o aprendizado de novo conteúdo.

Voltamos ao *slide* com as casas cor-de-rosa e azuis e explicamos detalhadamente aos estudantes como eles poderiam ter resolvido o problema, com o objetivo de sanar quaisquer dúvidas. Essa etapa (Etapa 10) é caracterizada pela formalização do conteúdo, a qual compete ao professor apresentar formalmente as estratégias e resultados corretos. Assim, encerrou-se a resolução dessa situação-problema, uma vez que não se deu continuidade com a proposição de novos problemas por parte dos estudantes. Entendemos que a proposição é extremamente importante, mas, para nosso objetivo de pesquisa, focamos a resolução de situações-problema, desenvolvendo apenas 10 etapas do roteiro de Onuchic e Allevato (2011).

O planejamento é uma etapa importante do trabalho com a metodologia de RP, pois é preciso que o professor esteja atento e se antecipe às questões dos estudantes durante o processo de resolução. A mediação do professor é indispensável para que os estudantes avancem na compreensão de conceitos e na construção do seu conhecimento. Além da mediação imediata durante a resolução de um problema, a avaliação, alinhada à me-



todologia de RP, contribui para que o professor faça um exercício de reflexão sobre sua prática (Pironel; Vallilo, 2017).

As etapas propostas no roteiro de Onuchic e Allevato (2011) são fundamentais para que os estudantes consigam explorar suas capacidades matemáticas e o professor possa compreender suas estratégias e dificuldades durante a resolução dos problemas e, assim, fazer as mediações necessárias.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A estratégia que utilizamos para fundamentar o desenvolvimento das atividades relativas a sequências repetitivas foi a Resolução de Problemas, com resultados que devem ser ressaltados. O planejamento, a metodologia, o papel do estudante e as interações são aspectos sobre os quais devemos refletir de modo acurado no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, quando adotamos a resolução de situações-problema visando à aprendizagem por meio do uso dessa metodologia.

O conjunto de atividades teve como objetivo introduzir o conteúdo de sequências repetitivas em uma turma do 5º Ano do Ensino Fundamental. Considerando que esses estudantes passaram por um período de aulas remotas devido à pandemia da covid-19, julgamos necessário esse momento de aproximação com a temática de forma mais lúdica. A introdução de um novo conteúdo precisa ser feita de modo gradativo, para que os estudantes tenham tempo de compreendê-lo e se apropriarem das ideias centrais relativas a ele. Escolhemos iniciar o estudo de sequências repetitivas por meio de uma atividade prática (*Sequência Viva*) que mobilizasse a participação e a curiosidade da turma.

Além da organização dos materiais, a sequência de atividades oportunizou aos estudantes a observação, a análise e a construção de sequências repetitivas como forma de apro-



ximação e inserção ao conteúdo. As atividades desenvolvidas foram em grupos, duplas/trios e coletivas. O planejamento foi extremamente importante para garantir que os direitos de aprendizagem fossem contemplados e garantidos aos estudantes. É preciso um planejamento bem-estruturado e objetivo, no qual o professor seja capaz de antecipar questões que poderão surgir, para assegurar as mediações necessárias.

As atividades propostas tiveram como focos o estudante e sua autonomia na resolução dos problemas, uma vez que considera as estratégias desenvolvidas e as valoriza. Durante as atividades, os estudantes tiveram papel ativo na resolução das questões relacionadas a sequências repetitivas, pois identificaram elementos, descobriram regularidades e deram continuidade a elas.

Por meio da problematização, eles puderam apresentar hipóteses e testá-las por meio de desenho dos elementos faltantes para validação de suas conjecturas. Apesar de ser uma atividade coletiva, os estudantes demonstraram interesse e participaram de maneira crítica e autônoma das etapas propostas, conforme o roteiro que usamos como base para essa metodologia. Fizeram leitura, resolveram as questões e discutiram resultados e estratégias.

As atividades coletivas foram extremamente importantes, pois as interações entre os estudantes foram essenciais na sua resolução. Em uma turma em que 10 estudantes ainda não são alfabetizados, ter o apoio de um colega alfabetizado fez diferença nos momentos de leitura e escrita. Além disso, as interações proporcionaram momentos de discussão sobre as estratégias de resolução. O fato de os estudantes realizarem a atividade em duplas favoreceu a participação de todos, contribuindo para que pudessem dialogar sobre as estratégias de resolução escolhidas. A atividade coletiva proporciona aos alunos mais tímidos a oportunidade de acompanhar e participar das discussões, potencializando a sua capacidade de argumentação em problemas matemáticos.



REFERÊNCIAS

- ANDRADE, C. P.; ONUCHIC, L. DE LA R. Perspectivas para Resolução de Problemas no GTERP. *In*: ONUCHIC, L. DE LA R.; LEAL JÚNIOR, L. C. **Perspectivas para Resolução de Problemas**. (orgs.). São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 433-462.
- ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre resolução, exploração e proposição de problemas matemáticos no cotidiano da sala de aula. *In*: ONUCHIC, L. DE LA R.; LEAL JÚNIOR, L. C. **Perspectivas para Resolução de Problemas**. (orgs.). São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 355-389.
- BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. *In*: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (orgs.). **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 23-35.
- BRANCA, N. A. Resolução de Problemas como meta, processos e habilidade básica. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na matemática escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.
- JUNGBLUTH, A.; SILVEIRA, E.; GRANDO, R. C. O estudo de sequências na educação algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 3, p. 96-118, 2019.
- KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: the role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**, v. 16, n. 1, 2007.
- LEITZEL, J. R. Considerações críticas para o futuro da instrução de Álgebra ou uma reação a: "Álgebra: o que devemos fazer e como devemos ensinar?". **Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra**, New York and London, v. 4, 2014.
- MORETI, D. V.; VIRGENS, P. W.; ROMEIRO, O. I. Generalização teórica e o desenvolvimento do pensamento algébrico: contribuições para formação de professores dos Anos Iniciais. **Bolema**, Rio Claro, v. 35, n. 71, p. 1457-1477, dez. 2021.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, 2011, p. 73-98.
- PIRONEL, M.; VALLILO, S. A. M. O papel da avaliação na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da



Resolução de Problemas. *In*: ONUCHIC, L. DE LA R.; LEAL JÚNIOR, L. C. **Perspectivas para Resolução de Problemas**. (orgs.). São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 279-302.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

VALE, I. *et al.* Os padrões no ensino e aprendizagem da Álgebra. *In*: VALE, I. *et al.* (orgs.). **Números e Álgebra**. Lisboa: SEM-SPCE. p. 193-211

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões e conexões matemáticas no Ensino Básico. **Conexões Matemáticas**, n. 110. p. 33-38, 2010.

WALLE, J. A. V. de **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.



A EXPLORAÇÃO DE SEQUÊNCIAS NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS

Yasmin Rodrigues da Rocha

INTRODUÇÃO

Em um levantamento do estado da arte sobre *Early Algebra*, Kieran *et al.* (2016) informam que as pesquisas feitas antes da década de 2000 focavam as dificuldades na transição do raciocínio aritmético para o algébrico de estudantes entre 12 e 15 anos. Elas sugeriam, em geral, atividades voltadas para o desenvolvimento do que era denominado, de modo amplo, de pensamento algébrico. Após os anos 2000, inicia-se o movimento *Early Algebra* em países como Estados Unidos, Canadá, Singapura e Nova Zelândia, e a discussão de sua introdução no currículo dos Anos Iniciais (Kieran *et al.*, 2016).

Os mesmos autores destacam como lacuna nas pesquisas sobre *Early Algebra* discussões sobre como o pensamento algébrico tem chegado às escolas e salientam que as pesquisas feitas em sala de aula sempre estavam acompanhadas de propostas ou de intervenções/mediações. Embora a importância do pensamento algébrico para a formação do estudante seja consensual, o mesmo não ocorre em relação ao que é o pensamento algébrico, mas, para Blanton e Kaput (2005, p. 413, tradução nossa), este é o:

Processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade.



No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática defenderam timidamente a presença do pensamento algébrico nos Anos Iniciais, denominado no documento de “pré-álgebra” (Brasil, 1997). Em 2012, o Ministério da Educação publicou o documento *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental*, que orientava a política pública do Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), e nele o tema ganhou destaque com o eixo estruturante Pensamento Algébrico (Brasil, 2012).

Em 2017, com a publicação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017b), a Álgebra passou a constituir uma das Unidades Temáticas da Matemática do Ensino Fundamental, desde o primeiro ano. Embora a BNCC (Brasil, 2017b) não garanta a efetivação das competências nela descritas, por ser um documento prescritivo, suscita análises, discussões e torna-se referência para a educação escolar, para construção de currículos e para a definição de políticas públicas, como no caso do livro didático.

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) efetivou-se como política pública desde 1985, passando por mudanças na forma de avaliação, aquisição do livro didático e ampliações (Cassiano, 2007; Oliveira, 2007). Com o Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, o programa modificou o nome para Programa Nacional do Livro e do Material Didático, ampliando sua abrangência para obras pedagógicas, *softwares* e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar, entre outros (Brasil, 2017a).

O PNLD é uma das maiores políticas públicas do Brasil (Cassiano, 2007; Oliveira; Gonçalves, 2021) em razão do quantitativo de materiais distribuídos e do montante investido pelo Ministério da Educação. O livro didático e o PNLD acumulam discussões e críticas no tocante à distribuição (Romanini, 2013);



às escolhas dos professores (Vieira; Gomes, 2014); ao poder do mercado editorial e de elaboração (Santos; Silva, 2021); e à presença de corporações do capital estrangeiro (Cassiano, 2007), mas permanecem como recurso e programa importantes. Além disso, o livro didático pode ser um importante instrumento de pesquisa, por ser possível compreender, por meio dele, como os autores de livros didáticos estão concebendo o ensino e a aprendizagem de conteúdos prescritos no referencial oficial; as perspectivas de ensino das coleções; suas diferentes funções; dentre outras questões, como salientam Perovano, Guimarães e Litoldo (2022) ao analisarem as pesquisas apresentadas no Third International Conference on Mathematics Textbooks Research and Development (ICMT 3).

A pesquisa envolvendo a análise do livro didático vem crescendo e se consolidando, com resultados relevantes, como indicam as pesquisas de Fan, Zhu e Miao (2013) e de Perovano, Guimarães e Litoldo (2022), que ressaltam, ainda, a necessidade de expansão. Considerando especificamente o tema desta pesquisa, destaca-se que o PNLD de 2019 exigiu como pré-requisito de inscrição o alinhamento do livro didático à BNCC (Brasil, 2017b), com modificações em sua estrutura, como o aumento de conteúdos algébricos, em relação ao PNLD anterior (Favero, 2020).

Para a adequada inserção da Álgebra nos Anos Iniciais, é necessária a análise da forma como as atividades envolvendo esse campo do conhecimento estão sendo propostas em sala de aula. Um dos recursos didáticos de referência para a prática docente é o livro didático e, por essa razão, foram analisadas as atividades sugeridas para o desenvolvimento do pensamento algébrico, fazendo um recorte para os Anos Iniciais, com foco em sequências, considerando as atividades propostas no Livro do Estudante e as orientações no Manual do Professor de uma coleção de livros didáticos de Matemática.

Lajolo (1996) ressalta as diferenças entre o Livro do Professor e o Livro do Aluno, argumentando que o manual deve



dialogar com seu interlocutor, o professor, deixando claras a sua concepção de educação e as teorias que fundamentam a obra, com atividades a serviço do trabalho em sala de aula, objetivando a aprendizagem. Ainda sobre o Manual do Professor, defende-se que ele constitui uma parte tão importante do livro quanto as atividades propostas para os estudantes.

Partindo dos contextos apresentados, definiu-se como questão central da pesquisa: Qual é a natureza das propostas, nos livros didáticos de Matemática do 1º ao 5º ano, de atividades com sequências presentes no Livro do Estudante e no Manual do Professor? O principal objetivo da pesquisa é analisar as propostas de atividades com sequência em livros didáticos de Matemática do 1º ao 5º ano, de uma coleção aprovada pelo PNLD 2023. Nesse sentido, busca-se contribuir para a análise de como os conteúdos algébricos têm chegado nas escolas brasileiras por meio das propostas de ensino do livro didático.

O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS

Entende-se que o ensino de Álgebra deve ter como foco o desenvolvimento de um tipo particular de pensamento, pois, “longe de ser um tópico de pouco uso no mundo real, o pensamento algébrico penetra toda a matemática e é essencial para torná-la útil na vida cotidiana” (Walle, 2009, p. 287). De acordo com Walle (2009, p. 287), pensar algebricamente “envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias como uso de um sistema de símbolos significativos e explorar os conceitos de padrão e de função”. O autor argumenta que deve-se evitar a concepção tradicional de ensino de Álgebra, voltada quase que exclusivamente para a manipulação de símbolos e fórmulas.

Em pesquisa longitudinal sobre abordagem da Álgebra nas séries primárias e desempenho dos estudantes nos anos seguintes, Carraher, Schlielemann e Schwartz (2017) advogam



pelo seu ensino desde os primeiros anos. Os pesquisadores descrevem que a *Early Algebra* deve estar voltada para o desenvolvimento das bases do pensamento algébrico nos Anos Iniciais por meio de situações-problemas; notação algébrica introduzida gradualmente; e a Álgebra como transversal aos tópicos da Matemática dos Anos Iniciais, partindo de contextos aritméticos, geométricos, de medidas, entre outros, mas que, no processo da modelagem de problemas, promove generalizações.

O primeiro princípio está atrelado à resolução de problemas como ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento algébrico, visto que ele é explicitado por meio da forma de obter a resposta para um problema. O segundo princípio é a gradação da introdução da notação algébrica, por meio de problemas. Por exemplo, o professor pode modelar um problema de forma gradativa de complexidade quanto ao uso de símbolos. Partindo de uma sequência numérica, os estudantes identificariam os termos próximos, o padrão de crescimento, a relação entre posição e número e, por fim, chegariam a uma generalização em linguagem natural de qualquer termo, ou até mesmo à lei de formação da sequência, dependendo de seu nível de abstração.

Por último, a Álgebra para os Anos Iniciais não seria um tópico isolado, mas deveria ter relação com outras áreas da Matemática, como o campo aritmético, de grandezas e medidas, entre outros. Como afirmam Lins e Gimenez (1997), referindo-se especificamente à interligação entre a Aritmética e a Álgebra, tal conexão possibilitaria a ampliação da concepção que temos sobre as duas áreas, pensando a primeira para além do domínio das operações e a segunda para além da manipulação de letras.

Kaput (2008) sistematizou dois aspectos da Álgebra, não os considerando como isolados, mas como parte de centralidade da Álgebra escolar e suas vertentes, que correspondem aos modos como eles podem ser desenvolvidos (Quadro 1).



Quadro 1 – Sistematização dos aspectos centrais da Álgebra e suas vertentes

ASPECTOS CENTRAIS DE ÁLGEBRA		
A) Álgebra sistematicamente simbolizando generalizações de regularidades e restrições. B) Álgebra como raciocínio sintaticamente guiado e ações sobre generalizações expressas em sistemas de símbolos convencionais.		
VERTENTES DOS ASPECTOS CENTRAIS		
Vertente 1	Vertente 2	Vertente 3
Álgebra como o estudo de estruturas e sistemas extraídos de cálculos e relações, incluindo aqueles que surgem na Aritmética (Álgebra como Aritmética generalizada) e no raciocínio quantitativo.	Álgebra como estudo de funções, relações e variação conjunta.	Álgebra como a aplicação de um conjunto de linguagens de modelagem tanto dentro quanto fora da Matemática

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

A Álgebra tem dois aspectos que se entrelaçam no ensino: o primeiro (A), relacionado à Álgebra enquanto artefato cultural; e o segundo (B), relacionado à Álgebra como atividade humana. Ambos estão presentes nas três vertentes apresentadas, visto que o processo de transformar padrões e regularidades em uma linguagem simbólica e o raciocínio algébrico são facetas da Álgebra elementar, presentes em generalizações da Aritmética, na generalização no aspecto funcional e da modelação de fenômenos intrínsecos e extrínsecos à Matemática.

Para Almeida (2017, p. 15), o ensino voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico leva em consideração a aprendizagem da linguagem simbólica em conjunto com a forma de raciocinar:

[...] Ressaltamos que defender o ensino de álgebra voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico não significa menosprezar sua linguagem. O que defendemos é que essa linguagem deve ser trabalhada com significado;



que, com o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno sentirá a necessidade de representá-lo em uma linguagem cada vez mais simbólica, chegando, ao final, ao domínio dessa linguagem, porém, com significado.

Blanton e Kaput (2005) elaboraram categorias de pensamento algébrico, partindo da análise de atividades algébricas em um estudo realizado no terceiro ano primário e o desenvolvimento do raciocínio algébrico em anos posteriores. Essas categorias foram organizadas em ordem alfabética, separadas em três blocos relativos ao pensamento algébrico: das letras A à E, como generalização da Aritmética; das letras J à F, como pensamento funcional e, por último, das letras K à M, como generalizações e justificação de maneira mais aprofundada (Quadro 2).

Quadro 2 – Categorias do raciocínio algébrico

CATEGORIAS DO RACIOCÍNIO ALGÉBRICO		
Raciocínio algébrico como Aritmética generalizada	Raciocínio algébrico como pensamento funcional	Mais sobre generalizações e justificativas
(A) Explorar propriedades e relações com números inteiros.	(F) Simbolizar quantidades e operações com expressões simbolizadas.	(K) Usar generalizações para resolver tarefas algébricas.
(B) Explorar propriedades de operações com números inteiros.	(G) Representar dados graficamente.	(L) Fazer justificativas, provas e testar conjecturas.
(C) Explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades.	(H) Encontrar relações funcionais.	(M) Generalizar um processo matemático.
(D) Tratar números algebricamente.	(I) Prever dados desconhecidos usando dados conhecidos.	
(E) Resolver sentenças numéricas abertas.	(J) Identificar e descrever padrões numéricos e geométricos.	

Fonte: Elaborado pela autora, com base em Blanton e Kaput (2005).

No raciocínio algébrico como Aritmética generalizada, a partir de casos particulares do campo aritmético, pode-se chegar a generalizações algébricas, porque o foco se estenderá às



relações aritméticas e não ao resultado de operações ou ao valor numérico. Por exemplo, no uso da propriedade comutativa da adição, os alunos podem inverter os fatores para facilitar o cálculo mental e, com a mediação do professor, podem expressar a propriedade como uma generalização. Kaput (2008) ressalta que essas generalizações aritméticas precisam ser externalizadas pelo aluno pela linguagem natural ou outras representações, e não apenas tacitamente, visto que ele pode, por exemplo, usar a propriedade comutativa sem se dar conta de que a está utilizando e que ela é generalizável.

Já no segundo bloco, os autores abordam o pensamento funcional como uma das vertentes do pensamento algébrico. Com ele, pode-se chegar a generalizações algébricas por meio das relações funcionais mais elementares, como a análise de padrões geométricos e numéricos, até as mais sofisticadas, como a simbolização de relações entre variáveis. Blanton e Kaput (2005) exemplificam o pensamento funcional em atividades cujos alunos elaboram uma regra geral de conversão da unidade de medida de polegadas para pés.

Por fim, há o último bloco, relativo ao pensamento algébrico como uso de generalizações para resolver tarefas algébricas; justificar, testar e provar conjecturas; generalizar um processo matemático. Os mesmos autores o exemplificam com uma atividade em que, a partir de uma generalização, os alunos chegam a outra generalização, como no caso da professora que perguntou se a soma de três números ímpares resultaria em um número par ou ímpar. Um aluno respondeu que seria ímpar, porque a soma de um ímpar com outro ímpar é par, mas a soma de um par com um o ímpar é ímpar, sem usar números em particular para chegar a essa conclusão. Blanton e Kaput (2005) destacam a argumentação na construção do pensamento algébrico, que não é exclusivo dele, mas que tem o processo de explicitar uma forma de pensar como parte integrante.



PADRÕES E REGULARIDADES EM SEQUÊNCIAS

O pensamento algébrico pode ser desenvolvido por meio de diferentes atividades e conteúdos matemáticos. As atividades que envolvem a descoberta, a continuidade ou a elaboração de padrões em sequências são potentes para o desenvolvimento dessa forma de pensar, visto que “aprender a procurar por padrões e como descrever, traduzir e ampliá-los é parte do fazer matemático e do pensar algebricamente” (Walle, 2009, p. 296). Ao utilizarmos o termo “padrão”, pensamos em algo recorrente, que se repete, mas sua definição matemática não é tão simples. No sentido lato, agrega regularidades que a mente humana pode perceber, assim como traz o conceito de regularidade e invariância como ideias centrais.

Ponte (2009, p. 169) destaca que “a noção de padrão não é uma noção matemática propriamente dita, inserida num campo da Matemática bem definido, mas sim uma noção ‘meta-matemática’, transversal aos mais diversos campos”. O autor ressalta outras áreas da Matemática em que os padrões estão presentes e, refletindo sobre o conceito de padrão, questiona se realmente é preciso uma definição, uma vez que, diferentemente do que ocorre na Matemática:

[...] O conhecimento em educação não se constrói nem se valida por dedução. Por isso, tal definição apenas poderia servir para usar como critério para decidir se um dado objeto é ou não um padrão. No entanto, a verdade é que qualquer objeto pode ser visto como um padrão – tudo depende do sistema em que está integrado e é para as características desse sistema que temos de voltar a nossa atenção.

O autor ainda salienta uma distinção entre padrão e regularidade, dizendo que:

Ao passo que “padrão” aponta sobretudo para a unidade de base que eventualmente se replica,



de forma exatamente igual ou de acordo com alguma lei de transformação, “regularidade” remete sobretudo para a relação que existe entre os diversos objetos, aquilo que é comum a todos eles ou que de algum modo os liga (Ponte, 2009, p. 170).

Padrão e regularidade são conceitos complementares, porém diferentes, e devem ser explorados nas atividades voltadas para o desenvolvimento do pensamento algébrico. A depender da proposta, um pode ser explorado e aprofundado mais do que o outro. Vejamos um exemplo, considerando a Figura 1, com uma sequência do tipo repetitiva – na qual se repete um grupo de elementos, denominado núcleo do padrão.

Figura 1 – Sequência repetitiva



Fonte: Walle (2009, p. 297).

Podemos indicar o núcleo do padrão como AABB e, a partir da identificação desse núcleo, é possível identificar as regularidades (relações entre os termos), nesse caso, que após os termos BB sucede o AA, ou que, após os quatro termos do núcleo, o padrão se repete. Esses são exemplos de regularidades encontradas nessa sequência repetitiva. Em atividades envolvendo sequência, ora o foco pode estar na percepção do padrão, ora na regularidade; assim, as atividades escolhidas têm um papel importante. Elas podem fazer os estudantes pensarem sobre padrões e regularidades por meio de exploração de sequências com representações numéricas, figurais, pictóricas, com diferentes padrões de crescimento ou decrescimento, dentre outras, sobre as quais tratamos adiante.

As atividades envolvendo padrões e regularidades têm um grande potencial, não apenas para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Singer e Voica (2022), ao realizarem uma investigação sobre casos de transferência analógica em crianças, na resolução de problemas envolvendo padrões, mostram as potencialidades dessas atividades para a compreensão de funções, o desenvolvimento de diferentes estratégias para elaborar generalizações, flexibilidade de raciocínio, além de competências como a criatividade.

Em investigação sobre os níveis de generalização dos estudantes de uma escola secundária, Zwanch (2022) destaca que, mesmo os alunos que têm um nível mais sofisticado de raciocínio, precisam direcionar esforços para adquirirem os níveis mais abstratos, ou seja, além de não ser algo espontâneo, para adquirirem os níveis mais abstratos de generalização, é necessário esforço. Nesse contexto, as atividades devem ser escolhidas de maneira criteriosa, pensando-se o grau de dificuldade, a finalidade (se aprendizagem ou avaliação), se serão proposta para grupos ou individualmente e o objetivo a ser alcançado. Identificar padrões e/ou regularidades e argumentar sobre a forma como pensou a resolução são exemplos de dimensões que ajudam a estabelecer critérios para escolha de atividades ou sua elaboração (Ponte, 2009).

Outros cuidados no trabalho com sequências são em relação à diversidade de propostas, aos níveis de dificuldade e às etapas do pensamento algébrico. Isso porque, se as atividades aparecerem sempre da mesma forma, com os mesmos questionamentos, elas podem deixar de ter um caráter investigativo para serem exercícios nos quais as crianças utilizam procedimentos memorizados e, dessa maneira, não irão desenvolver o pensamento algébrico, como apontam Walle (2009), Ponte (2009) e Small (2009).



O ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS

Analisando investigações sobre pensamento algébrico, encontramos trabalhos voltados para compreender como a criança constrói generalizações, como ela encontra um valor desconhecido em uma sentença matemática e como ela constrói relações, conhecimentos esses mais sofisticados do pensamento algébrico (Rittle-Johnson; Wijns *et al.*, 2019; Zippert; Douglas; Rittle-Johnson, 2020). Para a criança alcançar esses níveis de abstração, ela precisa ter experiências com padrões de maneira adequada para sua idade e com desafios possíveis. Uma das possibilidades defendidas neste artigo é o trabalho com sequências repetitivas desde a Educação Infantil, respaldadas por vários estudos sobre o tema (Wijns *et al.*, 2019; Ponte, Branco, Matos, 2009; Walle, 2009).

Zippert, Douglas e Rittle-Johnson (2020) ressaltam as contribuições do trabalho com sequências repetitivas com crianças na etapa pré-escolar e trazem evidências de que crianças que tiveram experiências com esse tipo de atividade eram capazes de completar sequências, identificar elementos faltantes e, em alguns casos, de abstrair um padrão repetitivo e identificar o núcleo. Correlacionam a contribuição dessas aprendizagens consolidadas para aprendizagens futuras da Matemática, a exemplo do conceito de numeramento com a contagem, a compreensão dos números inteiros, a relação dos numerais com quantidades, entre outras (Zippert; Douglas; Rittle-Johnson, 2020).

Rittle-Johnson, Zippert e Boice (2019) defendem que atividades de padrões repetitivos contribuem de maneira significativa para a construção de habilidades espaciais, como a visualização espacial de objetos, percepção de forma e memória de trabalho visual-espacial, as quais, segundo eles, são habilidades que sustentam o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos. Também afirmam que, quando as habilidades espaciais são bem desenvolvidas, impactam de maneira positiva o desempenho matemático dos estudantes nos anos subsequentes.



Na BNCC (Brasil, 2017b), na Unidade Temática de Álgebra, na matriz do 1º ano, há dois objetos de conhecimento relacionados às sequências repetitivas: “Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências” (Brasil, 2017b, p. 280), com a habilidade correspondente (EF01MA09) de “Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida” (Brasil, 2017b, p. 281).

Primeiramente, apontou-se que o objeto de conhecimento, da forma como está posto, não traz clareza sobre o que o documento define por “padrões figurais e numéricos”. Se, por um lado, a indicação de exploração de padrões no currículo do 1º ano é um avanço, por outro, é uma limitação serem citadas apenas duas formas de padrões (figurais e numéricos) e não evidenciar o conteúdo de sequências repetitivas, tratando padrões de maneira genérica.

Outra restrição é a habilidade explicitada se referir apenas a “organizar e ordenar”, sendo importante ampliar essas ações, acrescentando-se a continuidade de uma sequência dada e a representação do mesmo padrão em uma nova sequência construída com elementos diferentes. No 2º ano, há dois objetos de conhecimento com padrões repetitivos. O primeiro é “Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas” (Brasil, 2017b, p. 282), com a habilidade “(EF02MA09): Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida” (Brasil, 2017b, p. 283). Embora esteja explícita a sequência repetitiva como objeto de conhecimento, o documento não propõe habilidades a serem desenvolvidas especificamente, fazendo referência apenas a sequências recursivas, na habilidade correspondente, mantendo uma indicação restrita e sem orientação adequada para os professores. O segundo objeto de conhecimento é “Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência” (Brasil, 2017b, p. 282), com duas habi-



lidades: “(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos” (Brasil, 2017b, p. 283) e “(EF02MA10) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras” (Brasil, 2017b, p.283).

Um aspecto positivo da primeira habilidade é considerar as diferentes formas de descrição de um padrão pelas crianças, assim como considerar sequências representadas por números, objetos ou figuras. Porém, mesmo acrescentando os números, ainda é uma concepção restrita de possibilidades de representação de padrões. Mais uma vez, não estão presentes habilidades voltadas para diferentes representações de um mesmo padrão, por exemplo.

Para Walle (2009), podemos propor atividades com sequências repetitivas de diversas formas com crianças de diferentes idades, envolvendo ampliações ou continuação de padrões. No entanto, a compreensão do conceito de sequência repetitiva não se restringe à sua ampliação ou à identificação do núcleo. A habilidade de perceber o mesmo padrão com materiais ou representações distintas é importante. Por exemplo, a sequência “círculo, quadrado, triângulo, círculo, quadrado, triângulo...” tem o mesmo padrão de “direita, esquerda, palma, direita, esquerda, palma...”, que podem ser representados pela sequência de letras “ABCABC...”.

Walle (2009) sugere que exploremos as sequências repetitivas ensinando os estudantes a fazerem sua leitura por meio de sequências de letras, o que os ajudará a abstraírem a estrutura do núcleo de repetição, facilitando a produção de novas sequências com a mesma estrutura. Dentre as possibilidades de atividades dessa natureza, o autor orienta que várias sequências repetitivas sejam mostradas à turma, para que seja(m) indicada(s) qual(quais) podem ser lidas como “ABCABCABC...”, por exemplo.



Denominamos a habilidade de representar um mesmo padrão em diferentes sequências ou perceber que diferentes sequências apresentam o mesmo padrão, neste artigo, como “tradução de padrão” (*translate patterns*) (Walle, 2009). Um exemplo desse tipo de atividade é a proposta por Rittle-Johnson, Zippert e Boice (2019, p. 6), na qual é dada uma sequência como a da Figura 2, propondo-se à criança identificar o padrão utilizando letras do alfabeto, como “ABBB” e representá-lo com outras figuras.

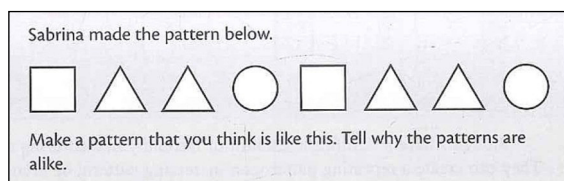
Figura 2 – Atividade com sequência repetitiva proposta



Fonte: Rittle-Johnson, Zippert e Boice (2019, p. 6).

Esse tipo de atividade é importante para a ampliação de repertório sobre padrões, sequências, regularidades, visualização de padrões em diferentes sequências e para o trânsito entre diferentes representações de uma sequência. No exemplo de atividade da Figura 3, há uma sequência com figuras geométricas planas com o padrão ABBC, um pouco mais complexo (Small, 2009). Small (2009) propõe que a criança elabore outra sequência com um padrão parecido com o da sequência dada e, ao concluí-la, explique o motivo da semelhança, o que envolve um nível maior de complexidade, pois exige que a criança argumente e justifique sua escolha.

Figura 3 – Modelos de atividade com sequência repetitiva discreta



Fonte: Small (2009, p. 124).

Tomando como ponto de partida o trabalho com sequências repetitivas, que por serem vistas como “mais simples”, muitas vezes, atividades com esse conteúdo não são exploradas, de maneira adequada. Ponte, Branco e Matos (2009, p. 47-48) elencaram alguns caminhos possíveis para o ensino de sequência com vistas ao desenvolvimento do pensamento algébrico no primeiro ciclo do Ensino Fundamental, baseados no currículo de Portugal:

- (i) Continuar a representação da sequência (representando os termos imediatamente a seguir aos dados);
- (ii) Identificar a unidade que se repete ciclicamente;
- (iii) Descrever uma relação entre os termos da sequência e a sua ordem (com base no comprimento da unidade que se repete);
- (iv) Usar a relação entre o termo e a sua ordem na sequência para indicar o termo de uma ordem (geralmente mais distante) e para indicar a ordem de um termo dado;
- (v) Expressar essa relação em linguagem natural e simbólica (generalizar).

Podemos observar a complexidade da tarefa e quantas habilidades podem ser contempladas no ensino de sequência, o qual muitas vezes se restringe apenas à sua continuação pela repetição de um padrão, expressa no item (i), mas os autores apontam outras, como o item (ii), que envolve o aluno identificar o núcleo do padrão de uma sequência dada. O item (iii) trata de relações entre os termos da sequência e sua ordem. Por exemplo,

em uma sequência do tipo ABABABAB, os termos referentes a A sempre ocuparão posições ímpares, e os termos referentes a B sempre ocuparão posições pares.

Em relação ao item (iv), a ideia seria, após o aluno compreender a relação entre os termos, identificar um termo distante. Além dos itens sistematizados na citação, incluiríamos a compreensão do conceito de padrão; a tradução de padrões; e a construção de sequências pelos próprios estudantes, como sugerido por Zippert, Douglas e Rittle-Johnson (2020); Rittle-Johnson, Zippert e Boice (2019); e Walle (2009). Pensando na abordagem desses diferentes tópicos em sala de aula no Ensino Fundamental, definiu-se, a partir deles, categorias de análise do livro didático e refletiu-se sobre a proposta de trabalho com o conteúdo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

DIVERSIDADE DE TIPOS DE SEQUÊNCIAS

Com o objetivo de ilustrar a variedade de tipos de sequência que podem ser explorados, destacam-se, neste texto, apenas exemplos relativos a sequências repetitivas, ressaltando que variações igualmente importantes podem ser estabelecidas em sequências recursivas (nas quais o termo seguinte é definido a partir do anterior) e em sequências mistas (que agregam sequências repetitivas e recursivas).

Walle (2009) propõe atividades com diferentes tipos de padrões repetitivos envolvendo o aspecto lúdico. Uma sugestão do autor é explorar padrões em músicas, a qual acrescentamos o padrão em ritmos. Por exemplo, a criança perceber que nas músicas existem marcações sonoras pelas notas musicais ou pelo ritmo, marcado com palmas ou batidas com o pé, como no samba, coco de roda e ciranda. Outra forma de abordar sequências repetitivas é com movimentos do próprio corpo, com comandos simples como ficar em pé, sentar-se, saltar, girar para a direita ou para a esquerda (Walle, 2009).



Uma forma de compor sequências repetitivas é com o uso de objetos do mundo físico, como, por exemplo, alternando-se lápis e borracha, ampliando-se, aos poucos o número de elementos do padrão ou sua complexidade, como na sequência “duas tampas azuis, uma tampa amarela e três vermelhas”, cujo núcleo apresenta dois padrões de repetição: quantidade de elementos (2, 1, 3) e cor (azul, amarela, vermelha).

No ensino de sequências, é importante discutir atributos relevantes e irrelevantes, sendo recomendável, em um primeiro contato com o tema, não explorar sequências com atributos irrelevantes, o que poderia levar a uma leitura equivocada do padrão. É importante observar que as sequências escolhidas para exploração inicial sejam constituídas por padrões mais simples, considerando-se, por exemplo, atributos como quantidade e posição.

As representações figurais podem variar no modo como seus elementos são apresentados, se com um espaço entre um elemento e outro (sequência figural discreta), ou sem esse espaço (sequência figural contínua). Na Figura 4 temos um exemplo de sequência contínua de padrões geométricos.

Figura 4 – Sequência figural especificamente geométrica contínua

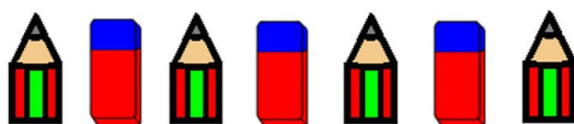


Fonte: Elaborado pela autora (2023).

A sequência apresentada pode ser descrita pelo estudante considerando o atributo da rotação do triângulo e a cor. Padrões contínuos também podem ser lidos utilizando-se sequência de letras e, neste caso, ela seria dada por: ABAC, em que A corresponde ao triângulo preto, e B e C aos triângulos de cor cinza e branca, respectivamente. Vale destacar que, na descrição do padrão por letras, são indicadas apenas a ordem e a repetição, ou não, de elementos da sequência, mas não sua posição (se horizontal, vertical ou outra).

Outro ponto importante no trabalho com as sequências repetitivas é sua potencialidade para o desenvolvimento do pensamento funcional por meio da descoberta de um termo distante. Atividades dessa natureza são desafiadoras porque o raciocínio para encontrar um termo próximo é diferente do raciocínio para encontrar um termo distante (Riveira, 2013 *apud* Singer; Voica, 2022). Nas primeiras atividades de prever um termo distante, pode-se considerar padrões menos complexos, como na sequência da Figura 5 (alternando-se lápis e borracha).

Figura 5 – Sequência figural contínua



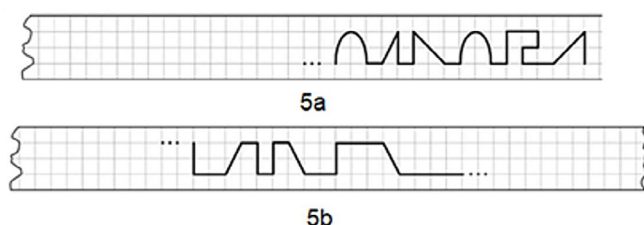
Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p. 48).

Na sequência da Figura 5, temos o padrão AB, e pela relação dos lápis como um elemento em posição ímpar e a borracha como um elemento par, a criança pode deduzir que o 21º objeto, em posição ímpar, seria um lápis. Em sequência mais complexas, um facilitador para encontrar um termo distante é o cálculo aritmético, permitindo que as crianças sejam capazes de “saltar” quantidades (Walle, 2009) e perceber os múltiplos para encontrarem um dos elementos em uma sequência, raciocínio mais complexo.

A identificação do elemento que se encontra em posição com índice par seria mais complexa do que a da figura com um índice ímpar, portanto a determinação de elementos de uma sequência, que não são próximos aos já apresentados, pode ser uma tarefa complexa e precisa ser avaliada antes de ser proposta aos estudantes, considerando-se não apenas o ano de escolaridade, mas, também, o fato de já terem realizado atividades exploratórias semelhantes, anteriormente.

Ainda considerando sequências figurais, há exemplos de atividades em que as sequências são ampliadas horizontalmente para a direita, para a esquerda ou em ambas as direções – padrões denominados por Singer e Voica (2022) como: padrão R (de “right”, “direita”, em inglês); padrão L (de “left”, “esquerda”, em inglês); e padrão LR (“left” e “right”, respectivamente). Na Figura 6, na sequência 5a, temos um exemplo de sequência figurial contínua com padrão L e na 5b um exemplo de sequência figurial contínua de padrão LR.

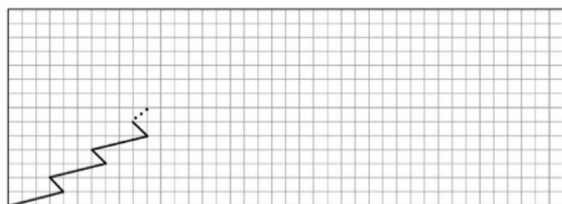
Figura 6 – Modelos de padrão repetitivo ampliado em diferentes direções



Fonte: Singer e Voica (2022, p. 225).

Vale destacar que a continuidade de sequências com padrão R, L e LR pode ser explorada em sequências repetitivas figurais discretas, como as apresentadas na Figura 4 (sequências 1, 2, 4 e 5), ou contínuas, como as dadas na Figura 5 e na Figura 6, ou em sequências numéricas. Ainda sobre o tema, na Figura 7, há um exemplo de outra sequência contínua, em que o padrão está se repetindo para a direita e para cima.

Figura 7 – Sequência repetitiva com padrão repetido para cima



Fonte: Singer e Voica (2022, p. 225).

Ainda considerando outras possibilidades de replicação de um padrão na formação de uma sequência repetitiva, pode-se propor replicações verticais para cima, para baixo ou em ambas as direções, buscando diversificar a natureza das sequências analisadas pelos estudantes, evitando-se, como afirma Ponte (2009), que a análise de padrões constitua uma atividade que realizam de forma mecânica. Os padrões repetitivos podem se integrar a outras unidades matemáticas, como grandezas e medidas, a exemplo da medida de tempo marcada por ciclos, como nos dias da semana e os meses de cada ano; as estações do ano e as fases da lua. Não precisamos apenas usar recursos “artificiais” para os estudantes internalizarem e serem capazes de abstrair um padrão de diferentes fenômenos, podemos utilizar também padrões dos contextos dos estudantes (Hunter; Miller, 2022).

METODOLOGIA

A abordagem deste artigo foi predominantemente qualitativa, com caráter descritivo e interpretativo dos dados (Bogdan; Biklen, 1994), objetivando a compreensão do fenômeno em tela. Compreendeu um estudo documental com suporte na análise de uma coleção de livros didáticos (Mattar; Ramos, 2021), dirigida aos cinco anos iniciais do Ensino Fundamental. Na coleção de livros didáticos de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano), foi feita uma análise das atividades e das orientações presentes no Livro do Estudante e no Manual do Professor relacionadas à Unidade Temática de Álgebra, com objetos de conhecimento e habilidades envolvendo sequências.

A coleção foi selecionada para análise por ter sido adotada na Rede de Municipal de Ensino de João Pessoa, Paraíba, para o quadriênio (2022 a 2025), uma vez que a Secretaria de Educação do Município de João Pessoa propôs unificar a escolha do livro didático para toda a rede. No processo, a coleção



Novo Bem-me-quer Matemática, das autoras Clea Rubinstein, Elizabeth Franca, Elizabeth Ogliari, Vania Miguel e Edite Resende, publicada pela Editora do Brasil (Rubinstein *et al.*, 2021), foi a obra escolhida. De acordo com a descrição da coleção no Guia do Livro Didático do PNLD 2023, a obra está de acordo com a BNCC (Brasil, 2017) e sua perspectiva metodológica é a resolução de problemas do cotidiano, de maneira interdisciplinar. A coleção conta também com jogos e propostas de pesquisas sobre curiosidades matemáticas.

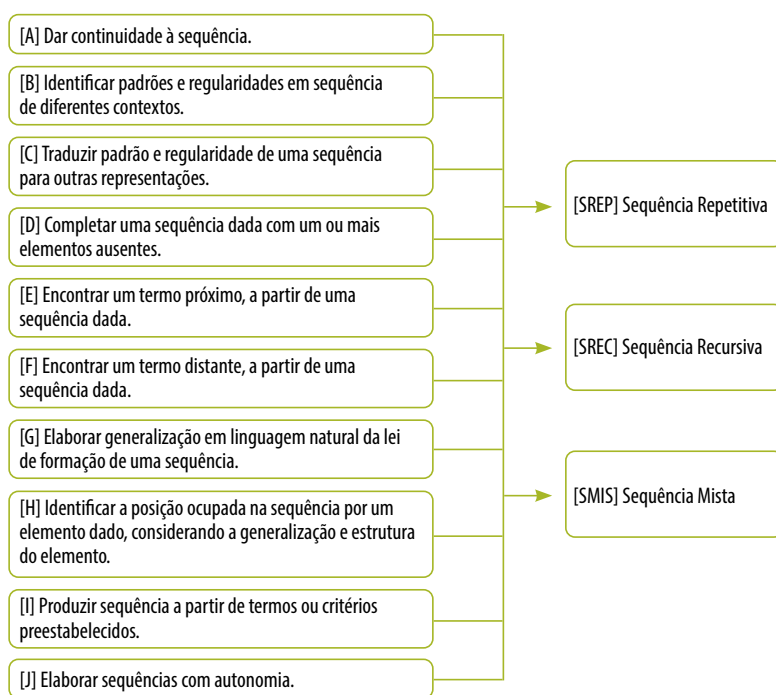
Foi realizado o levantamento das atividades indicadas pelos autores como sendo algébricas, e apenas no 5º ano foram selecionadas outras Unidades Temáticas além da Álgebra, já que não foram localizados objetos de conhecimento explicitando sequências, o que levou à seleção de atividades que tinham relação com o tema. Na abertura de cada capítulo dos livros, estão presentes os códigos das habilidades que as atividades pretendem mobilizar. Dessa forma, foram mapeados aqueles que traziam as sequências relacionadas à Álgebra. É possível que outros capítulos apresentem sequência, mas não com a intencionalidade de se trabalhar Álgebra, pois as autoras não indicaram as habilidades na abertura dos capítulos.

As categorias de análise das atividades foram elaboradas considerando o tipo de habilidade exigida e de sequência repetitiva envolvida. Quanto às habilidades, temos: a) dar continuidade à sequência; b) identificar padrões em sequências de diferentes contextos; c) traduzir padrão e regularidade de uma sequência para outras representações; d) completar uma sequência dada com um ou mais elementos ausentes; e) encontrar um termo próximo, a partir de uma dada sequência; f) encontrar um termo distante, a partir de uma dada sequência; g) elaborar generalização em linguagem natural da lei de formação de uma sequência; h) identificar a posição ocupada na sequência por um elemento dado, considerando a generalização e estrutura do elemento; i) produzir sequência a partir de termos ou critérios preestabelecidos; e j) elaborar sequências.



Quanto ao tipo de sequência repetitiva: 1) com movimentos do próprio corpo; 2) com sons; 3) com objetos do mundo físico; 4) figural; 5) figural especificamente geométrica; 6) numérica; e 7) em fenômenos de outras áreas/Ciências. Considerando tais habilidades e tipos de sequências, foi elaborado um esquema de análise e um código para classificação das atividades, como indicado na Figura 8. Um aspecto importante a ser destacado é que, na análise, foram consideradas a argumentação e a explicação do modo de resolução das atividades, um aspecto transversal a todos as habilidades. Além disso, analisou-se se na coleção existe orientação a seu respeito.

Figura 8 – Esquema de análise



Fonte: Elaborada pela autora (2024).

Após a escolha das categorias de análise e sistematização, elaboramos fichas para registro da atividade selecionada e a orientação do Manual do Professor, sua classificação e sua categorização (Quadro 4).

Quadro 4 – Modelo de ficha de análise

1º ANO																				
ATIVIDADE 15						CAPÍTULO 4		PÁGINA 173												
■ COMPLETE COM OS NÚMEROS QUE FALTAM. <table border="1"> <tr> <td>20</td> <td>21</td> <td>22</td> <td>23</td> <td>24</td> <td>25</td> <td>26</td> <td>27</td> <td>28</td> <td>29</td> </tr> </table>						20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	[D]SREC – CRESCENTE				
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29											
ORIENTAÇÃO DO MANUAL DO PROFESSOR: O manual sugere, caso a criança tenha dificuldade em comparar números, a utilização do calendário.																				
HABILIDADE DESTACADA NA PÁGINA DA QUESTÃO: (EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.																				

Fonte: Elaborado pela autora, com base em Rubinstein *et al.* (2021, p. 173).

É importante ressaltar que, no início de todos os capítulos do livro didático, estão presentes apenas os códigos das habilidades contempladas, sem o texto indicativo, sendo preciso consultar a BNCC para acessá-lo. Outro destaque é que nas fichas, o espaço para a habilidade da BNCC e as orientações, em alguns casos, não foi preenchido, pois nem todas as atividades do livro didático estão associadas às orientações ou habilidades indicadas pelas autoras.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS DA PESQUISA

Após a análise das atividades, fez-se um levantamento sobre as habilidades propostas para o ensino de sequência ao longo dos Anos Iniciais e a diversidade de tipos de sequências abordadas. Uma observação importante é que, na organização dos dados em tabelas, foram contabilizadas apenas as atividades presentes no Livro do Estudante; as atividades propostas no Manual do Professor foram discutidas na seção seguinte, com as fichas de análise.

A Tabela 1 traz o quantitativo das habilidades contempladas nos livros dos Anos Iniciais na coleção, ressaltando que o total de habilidades na tabela é superior ao número de sequências,



uma vez que há atividades que abordam mais de uma habilidade. Destacou-se, ainda, que as atividades estão relacionadas a sequências repetitivas e recursivas (não foram observadas sequências mistas na coleção).

Tabela 1 – Quantitativo de atividades da coleção por habilidade proposta

HABILIDADE PROPOSTA	Nº de ATIVIDADES NA COLEÇÃO, POR ANO					ATIVIDADES NA COLEÇÃO
	1º	2º	3º	4º	5º	TOTAL
[A] Dar continuidade à sequência.	30	16	21	8	12	87
[B] Identificar padrões e regularidades em sequência de diferentes contextos.	4	3	16	14	2	39
[C] Traduzir padrão e regularidade de uma sequência para outras representações.	0	0	0	0	0	0
[D] Completar uma sequência dada com um ou mais elementos ausentes.	19	8	18	1	2	48
[E] Encontrar um termo próximo, a partir de uma sequência dada.	0	0	0	0	0	0
[F] Encontrar um termo distante, a partir de uma sequência dada.	0	0	0	0	1	1
[G] Elaborar generalização em linguagem natural da lei de formação de uma sequência.	0	0	0	0	0	0
[H] Identificar a posição ocupada na sequência por um elemento dado, considerando a generalização e estrutura do elemento.	0	0	0	0	0	0
[I] Produzir sequência a partir de termos ou critérios preestabelecidos.	4	2	2	1	2	11
[J] Elaborar sequências com autonomia.	0	0	0	0	0	0

Fonte: Elaborada pela autora (2024).

Observando os dados da Tabela 1, conclui-se que a habilidade com maior quantidade – o dobro da segunda maior – é



“Dar continuidade a uma sequência”. Tal habilidade se constitui como um dos primeiros passos para a construção do pensamento algébrico e uma das primeiras atividades da Álgebra propostas para os primeiros anos escolares, como visto em Ponte, Branco e Matos (2009); Rittle-Johnson, Zippert e Boice (2019); Walle (2009); Singer e Voica (2022); e Small (2009). De fato, no 1º ano, há um número maior de propostas desse tipo de atividade, contudo a sua distribuição ao longo dos outros anos não é equilibrada.

Um resultado preocupante é que a coleção não apresentou nenhuma atividade para algumas das categorias de análise, como “Traduzir padrão e regularidade de uma sequência para outras representações”, defendida por Walle (2009); Small (2009); e Ponte, Branco e Matos (2009), e, segundo os autores, presente no currículo de Estados Unidos e Portugal, a qual não aparece na coleção nem na BNCC (Brasil, 2017b). Essa habilidade se articula com todas as demais, mas especialmente com a de “Elaborar sequências com autonomia”. A coleção também não apresentou proposta no Livro do Aluno, pois, no processo de tradução de padrão, pode haver também a tradução em que os estudantes, elaborando suas próprias sequências, tenham a oportunidade de ser criativos com desenhos, objetos, dentre outros recursos.

A quarta habilidade que mais aparece é a de “Produzir sequência a partir de termos ou critérios preestabelecidos”, o que ajuda os alunos a terem um pensamento mais flexível, dando continuidade a uma sequência ou criando, identificando uma regularidade ou padrão, assim como o inverso, ou seja, produzir uma sequência a partir de padrões ou regularidades enunciadas.

A habilidade “Identificar padrões e regularidades em sequência de diferentes contextos” foi a segunda mais presente na coleção. O ato de identificar um padrão ou regularidade, até as generalizações, é um processo, e a identificação é necessária. É válido destacar, também, que, nas atividades de identificação,



é importante que o estudante tenha a oportunidade de argumentar como pensou e como identificou esse padrão, não se restringindo ao registro do padrão ou da regularidade, como defendido por Blanton e Kaput (2005); e Kaput (2008) acerca das atividades de Álgebra.

As habilidades “Encontrar um termo próximo, a partir de uma sequência dada” e “Encontrar um termo distante, a partir de uma sequência dada” também não foram observadas em propostas de atividades da coleção, o que é problemático. Os estudantes podem recorrer a relações recursivas para encontrar um termo próximo desconhecido na sequência, porém o processo não seria eficiente para determinar termos distantes através da relação recursiva, tanto pelo trabalho demandado quanto pelo tempo de aula investido.

Assim, por meio da mediação, os estudantes devem ser desafiados a pensar formas de generalização para encontrarem um termo distante, como discutido por Hunter e Miller (2022). Se a coleção não traz atividades para que os estudantes consigam realizar generalizações cada vez mais abstratas, ela está deixando de oportunizar, em seu material, a progressão das habilidades algébricas. A quantidade de atividades, nesse caso, não representou o aprofundamento dos conteúdos algébricos.

A habilidade “Elaborar generalização em linguagem natural da lei de formação de uma sequência” não está presente na coleção. Quando o estudante consegue chegar nesse nível de abstração, essa habilidade é uma das evidências de consolidação do pensamento algébrico, visto que contempla “atos de generalização abstraídos de um conteúdo matemático particular ou processos que consideramos centrais para a ocorrência de um raciocínio algébrico” (Blanton; Kaput, 2005, p. 427, tradução nossa). Com base na análise, entende-se que o material não oportuniza os estudantes a consolidarem o pensamento algébrico elaborado nos primeiros anos e não está organizado de modo a promover generalizações cada vez mais complexas.



A Tabela 2 traz um levantamento dos tipos de sequências abordados no Livro do Estudante, destacando que as sequências repetitivas estão em número muito menor que as sequências recursivas. Talvez por serem vistas como mais simples, as sequências repetitivas não são tão presentes na coleção quanto as recursivas. Essa é uma compreensão equivocada, visto que, a depender do padrão e da representação, uma sequência repetitiva pode ser até mesmo mais difícil de ser generalizada do que uma sequência recursiva.

Tabela 2 – Quantitativo de sequência repetitiva, recursiva e mista, por ano

TIPOS DE SEQUÊNCIAS	QUANTITATIVO DE SEQUÊNCIAS POR ANO					TOTAL DE SEQUÊNCIAS
	1º	2º	3º	4º	5º	
Sequência repetitiva	10	2	0	0	0	12
Sequência recursiva	43	27	51	13	18	152
Sequência mista	1	0	0	0	0	1

Fonte: Elaborada pela autora (2024).

A sequência repetitiva compõe um dos objetos de conhecimento de Álgebra e, na Tabela 2, observa-se sua redução no quantitativo em relação ao 1º Ano. Além disso, a quantidade de atividades não é significativa. As sequências recursivas são as mais presentes nos objetos de conhecimento da BNCC e no livro didático, o que era esperado, diferentemente da discrepância entre elas, observada nos anos em que ambas estão presentes no currículo. Nesse sentido, foram levantados os dados referentes à diversidade de representações de sequências, e na Tabela 3, destacam-se os dados relacionados especificamente às sequências repetitivas.



Tabela 3 – Diversidade de representações de sequências repetitivas

DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES DE SEQUÊNCIAS REPETITIVAS	QUANTITATIVO POR ANO					TOTAL DE REPRESENTAÇÕES
	1º	2º	3º	4º	5º	TOTAL
Com movimentos do próprio corpo	0	0	0	0	0	0
Nos sons	0	0	0	0	0	0
Com objetos do mundo físico	0	0	0	0	0	0
Figural	6	2	0	0	0	8
Figural especificamente geométrica	3	0	0	0	0	3
Numérica	0	0	0	0	0	0
Em fenômenos de outras ciências	0	0	0	0	0	0

Fonte: Elaborada pela autora (2024).

Na Tabela 3, a única representação de sequência repetitiva relacionada à Unidade Temática de Álgebra são as representações figurais, o que considerou-se limitado, pois, para os estudantes terem uma ampla compreensão de padrões repetitivos, seria fundamental que tivessem experiências com uma maior diversidade de representações. Nessa proposta, o aluno pode ser levado a pensar que padrões repetitivos são apenas figurais.

Outra limitação observada é que as sequências repetitivas podem envolver o corpo, fazer conexões com outras ciências ou estar em uma brincadeira, por exemplo, mas, na coleção, elas ficaram restritas às sequências figurais. Nos primeiros contatos com a disciplina, é fundamental que as atividades cativem, para que não ocorra a perpetuação da visão da Matemática como algo distante das experiências da infância. Alguns conteúdos são, de fato, mais difíceis para a transposição didática, mas esse não é o caso.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve como objetivo geral analisar as atividades relacionadas a sequências propostas nos livros didáticos de Matemática do 1º ao 5º ano de uma coleção aprovada pelo PNLD 2023. Os dados levantados na coleção foram organizados em 111 fichas de análise das atividades, nas quais foram registradas as seguintes informações: a habilidade contemplada na atividade, de acordo com o referencial teórico que adotamos; se a sequência era repetitiva, recursiva ou mista; as orientações do Manual do Professor relacionadas à sequência em questão; e a habilidade correspondente da BNCC.

As habilidades contempladas na coleção analisada são, predominantemente: “Dar continuidade à sequência”, “Identificar padrões e regularidades em sequência de diferentes contextos” e “Completar uma sequência dada com um ou mais elementos ausentes respectivamente”. Atividades envolvendo generalização são praticamente ausentes na coleção, a exemplo de “encontrar um termo distante, a partir de uma sequência dada”, que não foi observada em nenhum volume analisado. Além disso, atravessando essas habilidades, encontra-se a argumentação, por meio da justificativa das hipóteses dos estudantes e seus registros, trazendo também os contraexemplos com sequências que não apresentam um padrão ou regularidade.

Em relação às atividades voltadas para generalizações, é consenso entre os diferentes teóricos da área que elas são a principal característica do pensamento algébrico, sendo preocupante a sua ausência no material analisado, principalmente no 4º e no 5º ano, nos quais esse salto pode e deve ser dado. As sequências repetitivas estão presentes em um número muito menor de atividades na coleção, em comparação às sequências recursivas, mesmo no ano de ensino em que estavam presentes como objeto de conhecimento na BNCC.

Houve dificuldade, também, de encontrar referências teóricas que aprofundassem as discussões sobre sequências



repetitivas, visto que o olhar das pesquisas se volta muito mais para as sequências recursivas. Diante desses dados, deduziu-se que elas estão sendo propostas de forma superficial, de maneira que, nesta fundamentação teórica, foram apresentadas as possibilidades de ampliação da exploração de atividades algébricas com sequências repetitivas. Nas sequências repetitivas, as representações de sequência no Livro do Estudante eram principalmente figurais.

Após análise da coleção, temos como resultados de destaque da pesquisa a falta de diversidade de representações de sequências e a limitação em relação às habilidades exploradas ao longo dos anos. Nesse sentido, não percebe-se progressão das habilidades algébricas: ela ocorre de natureza numérica nas sequências, que passam de sequências numéricas de um intervalo numérico de 1 a 10 para sequências de um intervalo de 100 a 199, por exemplo, ou de uma sequência com números inteiros para uma sequência de números decimais.

Nesse sentido, é preciso pensar que atividades de Álgebra são essenciais nos livros didáticos dos Anos Iniciais. A contribuição deste artigo é, portanto, trazer a diversidade de tipos de sequência em propostas de atividades que podem estar no livro didático e propostas de habilidades específicas nas atividades algébricas envolvendo sequência, as quais não se restringem a identificar a diferença entre um termo e outro da sequência, ou a dar continuidade a ela, mas pretendem tomá-la como ponto de partida na construção do pensamento algébrico, que tem, na generalização, a sua consolidação.

Após a análise das questões de todos os livros da coleção, conclui-se que, mesmo após a BNCC (Brasil, 2017b) separar a Álgebra do campo dos números, no material didático, eles ainda estão próximos – e realmente são, nos Anos Iniciais, mas existem objetivos próprios de aprendizagem que precisam ser explorados. Destaca-se que o ponto central não é separar o campo numérico do campo algébrico, em especial nos Anos Iniciais, mas



entender os pontos onde se precisa avançar para a construção do pensamento algébrico e do pensamento aritmético.

Compreende-se que o livro didático como recurso apresenta limitações e não substitui o trabalho do professor. Sabe-se que o pensamento algébrico se desenvolve no processo de ensino e aprendizagem, contudo, ressalta-se que nele deve haver diversidade de atividades para que subsidie o trabalho do professor. Demarcou-se como limite a análise de uma coleção, o que pode ser ampliado futuramente. Como sugestão de pesquisas futuras, salienta-se a necessidade de investigações sobre o uso do livro didático em sala de aula no ensino de Álgebra nos Anos Iniciais.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. Álgebra Escolar na Contemporaneidade: uma discussão necessária. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 8, n. 1, 2017.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, [s. l.], v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto, 1994.

BRASIL. Decreto 9.099/2017, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Brasília, DF: **Presidência da República; Secretaria-Geral; Subchefia para Assuntos Jurídicos**, 2017a.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: versão final. Brasília, DF: MEC, 2017b.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Coordenação Geral do Ensino Fundamental. **Elementos conceituais e metodológicos para definição [...] ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC, 2012.



- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.
- CARRAHER, D.W.; SCHLIEMANN, A. D.; SCHWARTZ, J. L. Early algebra is not the same as algebra early. In: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. **Algebra in the Early Grades**. New York: Routledge, 2017. p. 235-272.
- CASSIANO, C. C. F. **O Mercado do Livro Didático no Brasil**: da criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) à entrada do capital internacional espanhol (1985-2007). 2007. 252 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação: História, Política, Sociedade, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2007.
- FAN, L.; ZHU, Y.; MIAO, Z. Textbook research in mathematics education: development status and directions. **ZDM: Mathematics Education**, v. 45, p. 633-646, 2013.
- FAVERO, D. C. B. P. **As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico**. 2020, 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2020.
- HUNTER, J.; MILLER, J. The use of cultural contexts for patterning tasks: Supporting young diverse students to identify structures and generalise. **ZDM: Mathematics Education**, v. 54, n. 6, p. 1349–1362, 2022.
- KAPUT, J. J. What is Algebra? What is Algebraic Reasoning? In: JAMES J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (ed.). **Algebra in the Early Grades**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 5-17.
- KIERAN, C.; PANG, J.; SCHIFTER, D.; NG, S. F. **Early algebra**: research into its nature, its learning, its teaching. London: Springer Nature, 2016.
- LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em Aberto**, v. 16, n. 69, 1996.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.
- MATTAR, J.; RAMOS, D. K. **Metodologia da pesquisa em educação**: abordagens qualitativas, quantitativas e mistas. Coimbra: Edições 70, 2021.



OLIVEIRA, G. S.; GONÇALVES, R. M. Livro didático no Brasil: um panorama do Programa Nacional do Livro e Material Didático. **Communitas**, v. 5, n. 9, p. 393-401, 2021.

OLIVEIRA, E. M. Q. **O uso do livro didático de matemática por professores do Ensino Fundamental**. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco (UFPB), Recife, 2007.

PEROVANO, A. P.; GUIMARÃES, D. R.; LITOLDO, B. F. Análise do livro didático de matemática no Third International Conference on Mathematics Textbooks Research and Development: perspectivas e possibilidades de pesquisa. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 15, n. 2, p. 237-261, 2022.

PONTE, J. P. da. Uma agenda para investigação sobre padrões e regularidades no ensino-aprendizagem da Matemática e na formação de professores. In: VALE, I.; BARBOSA, A. (orgs.) **Padrões: múltiplas perspectivas e contextos em Educação Matemática**. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, 2009. p. 169-175.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

RITTLE-JOHNSON, B.; ZIPPERT, E. L.; BOICE, K. L. The roles of patterning and spatial skills in early mathematics development. **Early Childhood Research Quarterly**, v. 46, p. 166-178, 2019.

RUBINSTEIN, C. *et al.* **Bem-me-quer mais: Matemática, 1º ao 5º anos**. São Paulo: Editora do Brasil, 2021.

ROMANINI, M. G. **A análise do processo de implementação de política: o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)**. 2013. 322 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), 2013.

SANTOS, J. W.; SILVA, M. A. Pluriforme e multidirecional: relações de poder e a constituição de livros didáticos de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 35, p. 1275-1293, 2021.

SINGER, F. M.; VOICA, C. Playing on patterns: is it a case of analogical transfer? **ZDM: Mathematics Education**, v. 54, n. 1, p. 211-229, 2022.

SMALL, Marian. **Good questions: Great ways to differentiate mathematics instruction**. New York: Teachers College Press, 2009.

VALE, I. Mathematics and patterns in elementary schools: perspectives and classroom experiences of students and teachers.



Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education, p. 7-14, 2009.

VALE, I.; BARBOSA, A. Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 3, p. 398-418, 2019.

WALLE, J. A. V. de. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Penso, 2009.

VIEIRA, G. M.; GOMES, M. L. M. Livros didáticos e formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educar em Revista**, p. 257-274, 2014.

WIJNS, N. *et al.* Four-year olds' understanding of repeating and growing patterns and its association with early numerical ability. **Early Childhood Research Quarterly**, v. 49, p. 152-163, 2019.

ZIPPERT, E. L.; DOUGLAS, A. A.; RITTLE-JOHNSON, B. Finding patterns in objects and numbers: Repeating patterning in pre-K predicts kindergarten mathematics knowledge. **Journal of Experimental Child Psychology**, v. 200, p. 104965, 2020.

ZWANICH, K. Using number sequences to account for differences in generalizations. **School Science and Mathematics**, v. 122, n. 2, p. 86-99, 2022.



A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS: O ENSINO DE ÁLGEBRA E AS POSSIBILIDADES FORMATIVAS DO ESTUDO DE AULA

Mariana Virgínia Góes dos Santos

A formação de professores em nosso país, seja ela em caráter inicial ou continuada, tem sido marcada por avanços e retrocessos nos últimos dois séculos. Embora atualmente haja políticas públicas mais específicas para a garantia dessa formação, na etapa de ensino a qual nos referimos neste artigo, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a maior parte do modelo formativo que é proposto não atende às reais necessidades dos professores. Os modelos formativos realizados no país têm sido foco de muitos estudos e pesquisas a respeito de como os espaços de formação se estruturam, quais são os processos formativos que provocam maior ou menor impacto na prática pedagógica, como as instituições educativas refletem e propõem esses momentos de formação para os professores e de que forma essa formação impacta, ou não, o trabalho pedagógico em sala de aula.

A perspectiva do processo formativo no âmbito da Formação Continuada nos conduz à reflexão sobre as aprendizagens profissionais que os professores precisam desenvolver a partir das demandas apresentadas pela sociedade atual. Essa demanda é apresentada a partir da inserção da unidade temática de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a partir da homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017).

Quando tratam da Formação Continuada, Gatti e Barreto (2009) destacam que os processos formativos oferecidos nas últimas décadas no Brasil têm sido desenvolvidos com o propósito de atualização e aprofundamento de conhecimentos



como requisitos naturais do trabalho docente, levando-se em consideração as mudanças no campo das novas tecnologias, do currículo e suas repercussões sociais, no entanto, fazem um destaque para que a formação continuada não seja caracterizada como uma formação compensatória em virtude das lacunas na formação inicial.

Mais do que atender às novas demandas da sociedade atual, a Formação Continuada também deve ser de aprendizagem profissional docente a partir das necessidades dos próprios professores. Imbérnón (2015, p. 77) destaca que “uma nova formação deve estabelecer mecanismos para desaprender e, então, voltar a aprender”. Nesse sentido, no processo formativo na perspectiva da Formação Continuada, as relações entre os docentes, as emoções, as atitudes, a comunicação e a perspectiva do trabalho colaborativo com a comunidade devem ser introduzidas a partir da relação com a práxis educativa.

Nesse contexto, este artigo visa abordar o processo de desenvolvimento profissional dos professores que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, especificamente no ensino de Matemática, levando em consideração a inclusão da Álgebra nos currículos nacionais e fundamentando-se na abordagem formativa do Estudo de Aula.

OS PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS E AS POLÍTICAS PÚBLICAS PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA

No século XXI, ocorreram profundas transformações nas esferas científicas, sociais e educativas. De acordo com Imbérnón (2015), essas transformações são fundamentais para preservar a institucionalidade do sistema educacional. A rápida evolução da sociedade contemporânea impõe aos educadores uma crescente necessidade de atualização profissional diante desses novos desafios. No passado, a função do professor era basicamente centrada na instrução, porém, atualmente, seu papel se insere em um contexto mais amplo de educador e agente social. “Tor-



nar-se professor nos dias de hoje implica enfrentar significativas exigências” (Imbernón, 2015, p. 75).

A formação de professores, por ser um processo complexo, necessita de uma mudança na cultura profissional que leve em consideração uma base sólida de conhecimentos, e que estes possam estar de acordo com a realidade dos profissionais (contextos, etapas, níveis de ensino, componentes curriculares etc.), além de uma continuidade em que as experiências pessoais e profissionais possam se integrar (Imbernón, 2016).

Mizukami *et al.* (2012, p. 12) salientam que:

[...] A profissão docente já não pode mais ser vista como reduzida ao domínio dos conteúdos, das disciplinas e da técnica para transmiti-lo. Agora exige-se do professor que lide com um conhecimento em construção – e não mais imutável – e que analise a educação como um compromisso político, carregado de valores éticos e morais, que considere o desenvolvimento da pessoa e a colaboração entre iguais e que seja capaz de viver com a mudança e a incerteza.

Tardiff (2014) destaca que os saberes dos professores devem ter íntima relação com o desenvolvimento de sua prática na sala de aula, o que significa dizer que a mobilização desses saberes está diretamente ligada às situações relacionadas ao trabalho que é desenvolvido em ambiente escolar, pois são essas relações mediadas pelo trabalho que lhes fornecem princípios para enfrentar as situações cotidianas. Também nessa perspectiva, Imbernón (2009) indica que a formação continuada ou “permanente” deve estar organizada em uma perspectiva de prática pedagógica organizada e aberta a revisões e aperfeiçoamentos constantes que partam das necessidades culturais, sociais, educacionais e éticas dos contextos em que os profissionais estão inseridos.

Considerando a legislação em nosso país, a LDBEN no 9.394/1996, no artigo 62, traz a seguinte indicação:



Art. 62-A. Parágrafo único. Garantir-se-á formação continuada para os profissionais a que se refere o caput, no local de trabalho ou em instituições de educação básica e superior, incluindo cursos de educação profissional, cursos superiores de graduação plena ou tecnológicos e de pós-graduação (Brasil, 1996).

O Plano Nacional de Educação (PNE) do início do século, 2001-2011, estabelecia que a formação continuada deve assumir particular importância no desenvolvimento profissional dos professores em consequência dos avanços científicos e tecnológicos cada vez mais amplos na sociedade. Ele destacava que a implementação de políticas públicas de Formação Inicial e Continuada dos profissionais da educação é uma condição e um meio para o desenvolvimento do país, uma vez que a produção do conhecimento e a criação de novas tecnologias dependem do nível e da qualidade de formação das pessoas (Brasil, 2001).

Na esteira do PNE 2001-2011, foram criados programas de Formação Continuada em âmbito nacional para os professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, como o Programa de Formação de Professores Alfabetizadores (PROFA) (2001-2002) e o Pró-Letramento (2005). Em parceria com universidades, institutos federais, estados e municípios, eles tiveram como objetivo promover a atualização como requisito natural do trabalho docente em face dos avanços dos conhecimentos científicos e tecnológicos e do aperfeiçoamento das práticas pedagógicas relacionadas à alfabetização, ao letramento e ao ensino de Matemática.

Outro programa de grande destaque no cenário nacional foi o Programa Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) (2013-2017), destinado à Formação Continuada de professores alfabetizadores. Desenvolvido com a parceria entre universidades, institutos federais, estados e municípios, ele preconizava um currículo formativo para os/as profissionais que atuavam no ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano), voltado



para a consolidação da alfabetização e letramento nos componentes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática. Os encontros formativos partiam da análise de situações práticas, desenvolvidas em salas de aula por um grupo de professores, que, durante todo o percurso formativo, podiam refletir e trocar experiências a partir dos estudos teóricos sobre as concepções de alfabetização e letramento, e sobre as situações vivenciadas em suas práticas de sala de aula.

Na vigência do novo PNE (2014-2024), que apresenta na meta 16 a necessidade de formar professores da Educação Básica em cursos de Pós-Graduação – 50% (cinquenta por cento) – até o último ano da vigência do plano e a garantia da Formação Continuada em sua área de atuação, considerando as necessidades, demandas e contextualizações dos sistemas de ensino, é importante refletirmos sobre os processos formativos que têm sido propostos.

Mizukami *et al.* (2010) destacam que, em um período recente da história da educação, os processos formativos estavam atrelados ao desenvolvimento da racionalidade técnica, em uma perspectiva de garantia de atendimento às necessidades da profissionalização dos professores. Conforme Imbernón (2009, p. 9), a lógica da maioria dos processos formativos se organiza em um contexto de lições, conferências-modelo, aulas com passos a serem seguidos, em que os professores são considerados como ignorantes, profissionais que precisam ser ensinados a ensinar, em uma perspectiva de “estupidização formativa”. O autor destaca que esses tipos de cursos se caracterizam como aplicacionistas-transmissivos, um retorno ao passado, frutos de políticas neoconservadoras e da inserção do terceiro setor nas políticas para a educação pública nacional.

Mizukami *et al.* (2010, p. 39) destacam que “os docentes precisam ser vistos como sujeitos e não como beneficiários”, tendo os saberes relacionados à prática dos professores, assim como as experiências vivenciadas no contexto escolar. Nesse sentido, a ação formativa deverá partir de situações



e necessidades reais do cotidiano escolar, não podendo ser constituída apenas de estudos teóricos, mas em um contexto em que os professores possam interpretar em busca de solução, de um novo caminho, ou seja, é necessário rever a prática pedagógica vivenciada. O que se faz? Por que se faz? Como se faz? São questionamentos importantes e necessários em uma perspectiva de formação crítica e construtiva, na qual os professores tenham a possibilidade de refletir sobre suas práticas e, a partir disso, reorganizar, redirecionar e redimensionar o seu fazer pedagógico.

A esse respeito, cabe a seguinte reflexão:

Ninguém aprende a refletir ou a planejar teoricamente; é possível entender os processos, mas dificilmente levá-los a termo. Em formação permanente, muitos elementos não se ensinam, se aprendem, e esse é o desafio. Vamos colocar o professorado não tanto em uma atitude na qual seja ensinado, mas em situações de aprendizagem. Para tanto, a formação, mais que ensinar ou formar deveria criar situações e espaços de reflexão e formação (Imbernón, 2016, p. 168).

A criação de uma nova metodologia formativa se faz necessária a partir da composição de espaços colaborativos de aprendizagem, onde os professores possam rever suas práticas, analisá-las e reorganizá-las a partir do que é discutido entre os pares. Nesses espaços, eles poderão fazer uma observação de si mesmos e de outros, trocar experiências a partir de situações vivenciadas, compartilhar ideias, problemas e dúvidas, propor sugestões, além de se reconhecer enquanto indivíduos para além da profissão docente e refletir sobre o que fazem.

Como afirmado por Gatti e Barreto (2009), é importante destacar que o significado de Formação Continuada abriga um universo bastante heterogêneo de atividades, desde as formas mais institucionalizadas, como as políticas públicas nas esferas nacional, estadual e municipal, até as atividades menos formais,



que objetivam o desenvolvimento profissional do professor, ocupando as horas de trabalho coletivo. Neste último caso, grupos de estudo com foco nas necessidades da sala de aula e atividades de extensão desenvolvidas a partir de projetos de pesquisas de Pós-Graduação, como é o caso do processo formativo utilizado no contexto deste artigo, Estudo de Aula, se destacam em uma perspectiva colaborativa de trabalho pedagógico entre os professores de um mesmo ano de escolaridade, que será melhor apresentado na próxima seção.

O ESTUDO DE AULA E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA

Jyugyo Kenkyuu é o termo japonês que designa a Pesquisa de Aula, “*Jyugyo*-aula, *Kenkyuu*-pesquisa, logo pesquisa de aula” (Souza; Wrobel; Baldin, 2018, p. 118). O termo apresenta denominações que variam de um país para outro: em países de língua espanhola, a mais comum é *Estudio de Clases*; nos Estados Unidos e no Reino Unido, a metodologia é chamada de *Lesson Study*; em Portugal, Estudo de Aula; no Brasil, a metodologia é denominada Estudo e Planejamento de Lições, Pesquisa de Aula, *Lesson Study* e Estudo de Aula (Utimura; Borelli; Curi, 2020). Neste artigo, optou-se por utilizar o termo Estudo de Aula por entender-se que esse movimento de reflexão da prática pedagógica requer um processo de estudo constante para a ação docente.

Essa metodologia teve início no Japão, no final do século XIX, com o objetivo de possibilitar uma melhor aprendizagem matemática dos estudantes japoneses. O período Edo, período feudal japonês (1603-1868), foi caracterizado por políticas de isolamento, “aberto somente ao comércio com a China e com a Companhia Holandesa das Índias Orientais” (Félix, 2010, p. 14), e por um sistema de classes sociais, no qual a educação era muita difundida. As classes sociais mais favorecidas tinham acesso a estabelecimentos educacionais mais específicos; as menos favorecidas, o povo em geral, tinham acesso às *terakoyas*,



escolas localizadas nos templos, e que foram abertas por todo o país naquele período (Bezerra, 2017; Félix, 2010; Souza; Wrobel; Baldin, 2018; Soto Gómez; Perez Gómez, 2015).

Era um ensino mais individualizado, em que o professor não ficava à frente da sala, mas sentava-se com os estudantes, de forma a ensinar a partir das necessidades individuais, em classes formadas por estudantes de várias idades e de diferentes níveis de aprendizado (Félix, 2010; Bezerra, 2017). O período da restauração Meiji possibilitou a abertura ao mundo ocidental e, consequentemente, a educação japonesa sofreu mudanças em sua organização. A criação do Código de Educação estabeleceu a formação de uma escola para professores – a Escola Normal – na cidade de Tóquio, em 1872, que posteriormente se tornou a Faculdade de Educação que originou a Universidade de Tsukuba (Souza; Wrobel; Baldin, 2018).

No processo de conhecimento da “cultura ocidental”, o governo japonês convidou professores estrangeiros para lecionar na Escola Normal, para que, dessa forma, os estudantes pudessem aprender a maneira ocidental de ensino. A principal aprendizagem foi a de se ensinar para o coletivo, método de ensino mútuo, saindo, dessa forma, do modelo até então conhecido pelos japoneses, que era o ensino individualizado.

Era necessário, então, adaptar o modelo de aula ocidental à realidade japonesa. Depois que frequentavam as aulas, na Escola Normal de Tóquio, os professores japoneses se dirigiam à escola primária a ela anexada e a outras escolas de Ensino Fundamental espalhadas por todo o país (Bezerra, 2017). A esse respeito, Félix (2020, p. 15) traz a seguinte informação:

Suas aulas eram assistidas por outros docentes que faziam observações, anotações e comentários acerca de materiais didáticos e sobre a aula. Depois, tais anotações eram discutidas em sessões de críticas entre os professores participantes. Tal método foi incentivado pelo governo, sendo então implementado como modelo para todo o país.



Ao observarem o trabalho dos professores que lecionavam na Escola Normal, os professores e alunos japoneses, familiarizados apenas com o modelo de ensino individualizado, aprenderam não apenas os conteúdos, mas também os métodos de ensino. Esse modelo de ensino coletivo, implementado na Escola Normal de Tóquio, difundiu-se para outras escolas em diversas regiões japonesas (Isoda; Arcavi; Lorca, 2012). A pesquisa de aula, que foi sendo aperfeiçoada ao longo dos anos, hoje é parte do cotidiano escolar japonês, principalmente em escolas primárias e em escolas do Ensino Médio. Muitos professores e educadores veem a metodologia como algo essencial à sua prática de sala de aula (Félix, 2010).

Utamura, Borelli e Curi (2020, p. 3) indicam que o Estudo de Aula vem “[...] como resposta às necessidades de formação dos professores, as quais emergem da sala de aula e do cotidiano da escola”. As autoras destacam que esse processo formativo busca atender às demandas apontadas pelos professores a partir das necessidades de ensino e de aprendizagem dos estudantes, invertendo o eixo de formação, ou seja, “parte da sala de aula e retorna à prática a partir do planejamento, da observação e da reflexão”.

Esse processo de desenvolvimento profissional tem sido destacado a partir de alguns princípios essenciais. O primeiro deles é que todo o trabalho pedagógico é organizado a partir de uma perspectiva colaborativa, ou seja, um grupo de professores organiza a sua ação pedagógica a partir das dúvidas e das dificuldades dos estudantes. Nesse contexto de colaboração, “os professores trabalham em conjunto, identificando dificuldades dos alunos, documentando-se sobre alternativas curriculares e preparando o que esperam vir a ser uma aula bem-sucedida” (Quaresma *et al.*, 2014, p. 311).

O contexto colaborativo favorece os processos de comunicação e oportuniza aos professores a interação entre os pares, a partilha de experiências docentes e de materiais de ensino, além de criar uma relação de apoio na tomada de decisões. “Nesta



perspectiva, as distintas crenças, hábitos, valores, modos de ser e promover o ensino e a aprendizagem em sala de aula, e outros elementos que permeiam o cotidiano profissional do professor, constituem as culturas profissionais consolidadas nos espaços educativos” (Richit; Ponte, 2019, p. 939-940).

Outro princípio essencial é o processo de reflexão sobre a prática pedagógica que possibilita aos professores envolvidos no Estudo de Aula um olhar reflexivo ao analisarem os métodos de ensino utilizados, os contextos escolares e as necessidades de aprendizagem dos grupos de estudantes. “A reflexão sobre a prática permite ao professor ampliar e/ou aprofundar conhecimentos que favoreçam novas práticas e distintos ritmos de aprendizagem” (Tomasí; Richit, 2018, p. 20). Nesse contexto, a metodologia do Estudo de Aula se apresenta de forma diferente de outros processos formativos, pelo fato de ser desenvolvida com grupos de professores de um mesmo nível de ensino, envolver observações de aulas, ter o foco na prática letiva e ter como base central do seu desenvolvimento a aprendizagem dos estudantes. Sua metodologia envolve um ciclo de etapas e procedimentos (Ponte *et al.*, 2016).

Murata (2011), citado por Utimura, Borelli e Curi (2020), destaca que, na primeira etapa do ciclo, os professores indicam os objetivos de aprendizagem da aula. Esses objetivos podem ser gerais, no início, ou mais específicos, ao longo do processo metodológico. O intuito não é que a aula seja perfeita, mas que ela possa investigar uma questão sobre o ensino ou verificar uma abordagem de ensino.

No momento do planejamento, os professores elencam as atividades que serão propostas, antecipando possíveis respostas e dificuldades dos estudantes, assim como materiais didáticos que serão utilizados, fazendo um detalhamento minucioso da aula a ser desenvolvida. Nesse processo de estudo, os professores têm a oportunidade de aprofundar os conhecimentos referentes aos materiais curriculares, o que contribui para uma



maior fundamentação do conhecimento de conteúdo que será desenvolvido na aula.

Em seguida, a aula é desenvolvida por um dos professores do grupo enquanto os outros a observam, tendo como foco o desenvolvimento dos estudantes; como eles se relacionam com a atividade proposta; quais as facilidades e dificuldades do grupo; as respostas apresentadas. Esses dados precisam ser coletados para discussão na última etapa do Estudo de Aula.

Após a aula, o grupo se reúne novamente para compartilhar as observações realizadas e analisar as aprendizagens com base nos dados coletados durante a aula. “A discussão pós-aula ocorre logo após a aula realizada, com um pequeno intervalo entre a aula e a discussão, para permitir que os observadores revisem os dados coletados e tomem decisões sobre o que apresentar” (Lewis *et al.*, 2019, p. 30).

Gonçalves e Fiorentini (2023) afirmam que, após a chegada do Estudo de Aula no ocidente, quando se popularizou a partir dos estudos de Stigler e Heibert (2009) e da tese de doutorado de Yoshida (1999) nos Estados Unidos, a metodologia foi incorporando outras etapas a partir da realidade sociocultural de cada país, além de que também houve mudança no foco da análise. No Japão, o foco “da investigação centrava-se majoritariamente no currículo, nos conhecimentos a adquirir e na aprendizagem dos alunos enquanto o desenvolvimento profissional e a aprendizagem dos professores eram pouco considerados” (Gonçalves; Fiorentini, 2023, p. 227).

No processo de ocidentalização da metodologia, como destacado por Gonçalves e Fiorentini (2023), o desenvolvimento profissional passou a ser fortemente considerado. Os autores enfatizam que é necessário considerar aspectos da realidade sociocultural de cada país na organização de um ciclo de Estudo de Aula, uma vez que a realidade sociocultural japonesa, onde a metodologia foi criada, é muito diferente da ocidental.



A FORMAÇÃO CONTINUADA DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Ao discutir a formação de professores na área de Matemática para os Anos Iniciais, Serrazina (2002; 2012) afirma que a formação inicial precisa ser um espaço onde os estudantes vivenciem experiências de aprendizagens em Matemática semelhantes àsquelas vivenciadas por seus alunos. A autora aponta que são imprescindíveis momentos de investigação, construção e comunicação, envolvendo participação e reflexão nas diferentes atividades que precisam abranger diferentes níveis. De acordo com o que ela apresenta:

O professor precisa se sentir à vontade na matemática que ensina. Para isso tem de conhecer bem os conceitos, técnicas e processos matemáticos que intervêm neste nível de escolaridade. Necessita de ter uma boa noção do que são as grandes ideias de Matemática e qual o seu papel no mundo de hoje. Precisa de ter uma noção clara de todo o desenvolvimento do currículo de matemática no 1º ciclo de educação básica e quais as ideias matemáticas que podem ser trabalhadas na educação pré-escolar (Ponte; Serrazina, 2000 *apud* Serrazina, 2003, p. 68).

O contexto de formação proposto pela referida autora aponta para um processo formativo que possa garantir aos professores espaços de aprendizagem profissional, onde sejam vivenciadas situações de desenvolvimento de conhecimentos matemáticos relativos a conceitos e estratégias metodológicas.

Nacarato, Mengali e Passos (2021) destacam que, embora as mudanças curriculares aconteçam no Brasil há mais de quatro décadas, na tentativa de um ensino de Matemática mais significativo, ainda vemos em muitas salas de aula uma prática pedagógica centrada no domínio de algoritmos das operações matemáticas. Mesmo com todas as pesquisas e estudos na área,



ainda não conseguimos avançar de forma satisfatória no que se refere a processos de ensino mais significativos.

As autoras argumentam que, nos momentos de formação inicial desses profissionais, a ênfase era direcionada para procedimentos didáticos-pedagógicos, ou seja, como ensinar, e não o que ensinar. Ressaltam que os professores formadores, em sua grande maioria, eram pedagogos e não educadores matemáticos; assim, o ensino era centrado em procedimentos metodológicos, e não em aspectos conceituais. Elas apresentam a seguinte explicação: “Decorria daí, muitas vezes, uma formação centrada em processos metodológicos, desconsiderando os fundamentos da matemática. Isso implicava uma formação com muitas lacunas nessa área do conhecimento” (Nacarato; Mengali; Passos, 2021, p. 15).

Curi (2004), em sua tese de Doutorado, realizou um estudo a respeito da formação inicial oferecida aos professores polivalentes nos cursos de Graduação em Pedagogia e/ou Normal Superior. Na pesquisa, a autora investigou a oferta das disciplinas voltadas para a formação matemática dos futuros profissionais e constatou que 90% dos cursos de Pedagogia priorizam questões metodológicas como essenciais à formação desses profissionais, apontando ainda para o fato de que as disciplinas oferecidas apresentam uma carga horária bastante reduzida.

No caso dos professores polivalentes, é possível que tenham que ensinar disciplinas com as quais tenham pouca ou nenhuma afinidade. Em relação à Matemática, é provável que essa situação seja bastante frequente [...] o conhecimento do professor tem influência de sua trajetória pré-profissional e sofre a influência de suas experiências como alunos da Educação Básica, que no caso da Matemática não são, frequentemente, muito positivas (Curi, 2004, p. 166).

Curi (2004) destaca que é dada pouca ênfase aos conhecimentos conceituais matemáticos e que os estudantes de Pe-



dagogia não estão construindo os conhecimentos necessários para o ensino de Matemática de maneira significativa. Machado (2017, p. 63), por sua vez, ressalta que predomina “uma formação genérica, com destaque para uma didática geral, relativamente independente dos conteúdos a serem ensinados”. A pesquisa de Curi (2004), realizada há 20 anos, já indicava a necessidade formativa para aspectos conceituais matemáticos para os professores polivalentes. Essa necessidade é ainda mais urgente diante das novas demandas postas pela BNCC, o § 8º da lei nº 9.394/1996 destaca que “os currículos dos cursos de formação de docentes terão por referência a Base Nacional Comum Curricular” (Brasil, 2017^a, *on-line*).

Szymanski e Martins (2017) apontam, em sua pesquisa, para a ideia de que a formação matemática dos professores polivalentes tem lhes negado, quando alunos da Educação Básica e da Educação Superior, uma formação matemática consistente apoiada em conhecimentos científicos e questionam: “Como poderão mediar atividades matemáticas sem ter esse conhecimento? Como ensinar aquilo que não aprenderam?” (Szymanski; Martins, 2017, p. 144).

É importante destacar que, quando falamos em um currículo específico para a formação de professores, não devemos tomá-lo em uma perspectiva fechada, apenas com foco na transmissão de conteúdos, mas compreendê-lo como um espaço em que se procura e se experimenta solução para uma série de situações. De acordo com Serrazina (2002), os objetos de estudo do currículo formativo do professor, os que são relativos ao processo de ensino e aprendizagem, devem estar integrados em um contexto mais amplo que lhes dê sentido e no qual possam se relacionar com outros elementos do saber profissional.

A autora explica que esse processo formativo deve contemplar três dimensões importantes no desenvolvimento desses profissionais: a dimensão de caráter epistemológico, que se refere ao conhecimento matemático escolar, seu sentido e seu papel na sociedade atual; a dimensão relativa à aprendizagem, que



trata do sentido dos processos de aprendizagem das crianças, suas dificuldades e situações de atividades para a aprendizagem matemática; e a dimensão de caráter curricular, que aponta para o tratamento adequado do conhecimento matemático e todas as suas condições, com a análise de ensino e sua materialização (Serrazina, 2002).

Para Freire (1996, p. 13), “ensinar inexiste sem aprender e vice-versa e foi aprendendo socialmente que, historicamente, mulheres e homens descobriram que era possível ensinar. [...] Aprender precedeu ensinar ou, em outras palavras, ensinar se diluía na experiência realmente fundante de aprender”. Diante desse entendimento, podemos questionar: que conhecimentos e habilidades específicas referentes ao conhecimento matemático são necessários à formação do professor polivalente? Que práticas devem ser vivenciadas para que futuros professores em formação inicial ou já em exercício docente desenvolvam tal conhecimento?

O ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O documento normativo da BNCC é resultado de várias reformas curriculares realizadas em nosso país nas últimas décadas. A primeira indicação para a elaboração de um currículo nacional que pudesse garantir o mínimo de conteúdos essenciais para os estudantes brasileiros surgiu com a Constituição Federal de 1988, que, no §210º, indica

Serão fixados conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais” (Brasil, 2016, p. 118).

A expressão “Base Nacional Comum” surge a partir da LDBEN no 9.394/1996, que estabelece a seguinte diretriz:



Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter uma **base nacional comum**, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (Brasil, 1996, *on-line*, grifo nosso).

Malanchen e Santos (2020) informam que, nas décadas de 1990 e 2000, as reformas educacionais brasileiras tiveram como foco a constituição de um marco a respeito do currículo escolar. Os PCNs para o Ensino Fundamental (Brasil, 1997) foram os primeiros documentos em nível nacional que apresentaram um conjunto mínimo de conhecimentos que deveria ser contemplado nos currículos estaduais e municipais de todo o país.

O estabelecimento de parâmetros curriculares comuns para todo o país, ao mesmo tempo em que contribui para a construção da unidade, busca garantir o respeito à diversidade, que é marca cultural do país, por meio de adaptações que integrem as diferentes dimensões da prática educacional (Brasil, 1997, p. 50).

Os parâmetros deveriam auxiliar a organização dos currículos estaduais e municipais de forma mais articulada, pois, como o próprio nome indica, eram parâmetros, não tinham força de lei. Os PCNs foram organizados em dez volumes, sendo o primeiro deles dedicado à *Introdução* do documento; outros seis eram referentes às *Áreas do Conhecimento*; e três apresentavam os *Temas Transversais*. O terceiro volume, específico da área de Matemática (1ª à 4ª série), apresentava a caracterização da área de ensino, os objetivos gerais e específicos por ciclos de aprendizagem, além das orientações didáticas/metodológicas para o ensino de Matemática.

Sobre os conteúdos, definia quatro blocos de conteúdos/eixos: *Números e Operações*; *Grandezas e Medidas*; *Espaço e Forma*; e *Tratamento da Informação*. Embora não houvesse uma



indicação objetiva a respeito do estudo de Álgebra nos Anos Iniciais de escolarização, o documento sugeria a possibilidade do trabalho com esse conteúdo específico, referenciando o trabalho sistemático com os Anos Finais. “Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados” (Brasil, 1997, p. 39).

O documento *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental* (Brasil, 2012) foi o primeiro documento curricular a discutir o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais de escolarização no país, e norteou o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). O documento organizava o ensino de Matemática por direitos e objetivos de aprendizagens e eixos estruturantes, sendo o Pensamento Algébrico um desses eixos.

As orientações pedagógicas propostas pelo PNAIC apresentaram a ideia de alfabetização matemática em uma perspectiva de letramento, considerando que o indivíduo matematicamente letrado seria capaz de estabelecer relações matemáticas com diversas situações do cotidiano. Nessa perspectiva, o trabalho proposto para o Pensamento Algébrico no ciclo de alfabetização foi indicado a partir da compreensão e reconhecimento de padrões em diversos contextos de vivências das crianças, padrões numéricos, figurais, sonoros, entre outras possibilidades (Brasil, 2012). O documento traz, ainda, a ideia de que o trabalho pedagógico para o desenvolvimento do pensamento algébrico no ciclo de alfabetização deve partir “da observação ativa: manipular objetos; construir e desconstruir sequências; desenhar, medir, comparar, classificar e modificar sequências estabelecidas por padrões” (Brasil, 2012, p. 67).

A compreensão e reconhecimento dos padrões – em sequências numéricas, de imagens e de sons ou em sequências numéricas simples, – o estabelecimento de critérios para agrupar, classificar e



ordenar objetos, considerando diferentes atributos e a produção de padrões, fazem parte de todos os eixos estruturantes (Brasil, 2012, p. 76).

A perspectiva do trabalho proposto para o desenvolvimento do pensamento algébrico se dá a partir da compreensão e da exploração de padrões em diversas situações do cotidiano, de forma que as crianças possam, com base nas observações, nas construções e nos registros, identificar padrões em diferentes tipos de sequências nos mais variados contextos de vivências. A partir da homologação da BNCC em 2017, houve uma reorganização da área da Matemática, agora estruturada em unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades específicas para cada ano do Ensino Fundamental. A BNCC apresenta o trabalho com a Álgebra a partir do 1º ano do Ensino Fundamental, destacando-a como uma unidade temática. Acerca dessa unidade, o documento traz a seguinte indicação:

[...] Tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (Brasil, 2017a, p. 270).

Para o trabalho específico com os Anos Iniciais, o documento indica que é necessário o desenvolvimento de ideias matemáticas fundamentais vinculadas às “ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam” (Brasil, 2017a, p. 270).

De acordo com a legislação atual, a BNCC (Brasil, 2017a) norteará também o desenvolvimento de outras políticas públicas, como Programa Nacional de Livros Didáticos (PNLD), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e a Política



Nacional de Formação de Professores (Lima; Bianchini, 2017). Nessa perspectiva, o processo formativo dos profissionais que atuam nesse segmento de ensino deverá ser redimensionado, de modo a contemplar as demandas decorrentes da aprovação da BNCC (Brasil, 2017).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de formação profissional dos professores que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental vem passando por transformações nas últimas décadas, principalmente no que se refere ao ensino de Matemática. Na perspectiva da Formação Continuada para além da racionalidade técnica, os saberes que precisam ser ensinados aos estudantes, e o processo formativo precisa contemplar os contextos de aprendizagem desses profissionais e seus contextos de atuação.

Apesar das políticas públicas implementadas nas últimas décadas com foco no desenvolvimento profissional desses profissionais, os modelos formativos ainda se configuram numa perspectiva de transmissão de saberes pouco considerando as reais necessidades de aprendizagem desses profissionais. Quando fazemos o recorte para o ensino de Matemática, os processos formativos apresentam ainda mais dificuldades, diante da imagem criada pela sociedade de que aprender Matemática é difícil.

Da mesma forma que os estudantes aprendem, os professores também precisam aprender. Mizukami *et al.* (2010) defendem a ideia de que os professores precisam ser vistos como sujeitos de sua própria aprendizagem e não como profissionais que apenas recebem informações a partir de processos formativos muitas vezes caracterizados numa perspectiva de transmissão de conhecimentos.

As novas demandas formativas apresentadas a partir da homologação da BNCC (Brasil, 2017), trazem um olhar importan-



te no que se refere ao campo da formação de professores dos Anos Iniciais, principalmente em relação à dimensão curricular. Os novos conteúdos de ensino propostos para esse segmento, como a unidade temática de Álgebra, destacam uma necessidade de aprendizagem profissional em virtude de um novo olhar para este conteúdo de ensino.

O foco do trabalho com Álgebra nesse segmento propõe um olhar diferente do que foi vivenciado por esses profissionais em seu processo de escolarização, tendo como objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico. Essa necessidade formativa se apresenta em uma perspectiva de compreender o que se ensina, quais experiências podem ser vivenciadas nos Anos Iniciais de escolarização e de que forma as atividades propostas irão contribuir para o desenvolvimento deste tipo de pensamento.

Compreender a necessidade formativa desse grupo de profissionais é necessário, pois é a partir desse olhar cuidadoso que podemos garantir essa aprendizagem profissional. Nesse sentido, a metodologia do Estudo de Aula surge como uma possibilidade formativa por apresentar uma perspectiva colaborativa de aprendizagem. Proveniente do Japão, a metodologia se caracteriza como um processo formativo onde professores do mesmo ano de ensino se organizam a partir de ciclos de aprendizagem.

A partir de etapas como definição e estudo do tema, planejamento de uma aula, aplicação e observação da aula pelos pares, e reflexão da aula observada, os professores vivenciam a experiência do ensino com base em uma perspectiva colaborativa. Dessa forma, têm a chance de vivenciar o ensino de maneira colaborativa, onde todos aprendem com as discussões do grupo.



REFERÊNCIAS

- BEZERRA, R. C. **Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no contexto da Lesson Study**. 2017. 210 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista. Presidente Prudente, 2017.
- BRASIL. **Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC, 2012.
- BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Senado Federal, [2016].
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: **Presidência da República**, 1996.
- BRASIL. Lei 10.172, de 9 de janeiro de 2001. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providencias. Brasília, DF: **Presidência da República**, 2001.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: MEC, 1997. v. 3.
- CURI, E. **A Matemática e os professores dos Anos Iniciais**. São Paulo: Musa, 2004.
- FELIX, T. F. **Pesquisando a melhoria de aulas de matemática seguindo a proposta curricular do estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (Lesson Study)**. 2010. 137 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.
- FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. S. **Professores do Brasil: impasses e desafios**. Brasília, DF: UNESCO, 2009.
- GÓMEZ, Á. S.; GOMEZ, A. P. Lessons Studies: un viaje de ida y vuelta recreando el aprendizaje comprensivo. **Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado**, v. 83, n. 29.2, 2015. p. 15-28.



IMBERNÓN, F. **Formação permanente do professorado**: novas tendências. Tradução de Sandra Trabucco Valenzuela. São Paulo: Cortez, 2009.

IMBERNÓN, F. **Novos desafios da docência no século XXI**: a necessidade de uma nova formação docente. In: GATTI, B. A. *et al.* (orgs.). Por uma revolução no campo da formação de professores. São Paulo: UNESP, 2015. p. 75-82.

IMBERNÓN, F. **Qualidade do ensino e formação do professorado**: uma mudança necessária. Tradução Silvana Cobucci Leite. São Paulo: Cortez, 2016.

MALANCHEN, J.; SANTOS, S. A. dos. Políticas e reformas curriculares no Brasil: perspectiva de currículo a partir da pedagogia histórico-crítica versus a base nacional curricular comum e a pedagogia das competências. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, v. 20, p.e020017, 2020.

MIZUKAMI, M. da G. N. *et al.* **Escola e aprendizagem da docência**: processos de investigação e formação. São Carlos: EDUFSCAR, 2010.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B.; **A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

SERRAZINA, L. A formação para o ensino de Matemática: perspectivas futuras. In: **A formação para o Ensino de Matemática na Educação Pré-escolar e no 1º ciclo do Ensino Básico**. Porto: Porto/INAFOP, 2002. p. 67-73.

SOUZA, M. A. V. F. de; WROBEL, J. S.; BALDIN, Y. Y. Lesson Study como meio para a formação inicial e continuada de professores de Matemática – Entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. **Boletim GEPEM**, [S. l.], n. 73, p. 115-130, 2018.

SZYMANSKI, M. L. S.; MARTINS, J. B. J.; Pesquisas sobre a formação Matemática de professores para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Revista Quadrimestral**, Porto Alegre, v. 40, n. 1, p. 136-146, jan./abr. 2017.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

UTIMURA, G. Z.; BORELLI, S. S.; CURI, E. Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: uso etapas, potencialidades e desafios. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4 p. 1-16, 2020.



EXPLORANDO O ENSINO DE SEQUÊNCIAS REPETITIVAS NO 2º ANO NA RELAÇÃO COM O ESTUDO DE AULA

Giovanna Costa Soares

Mariana Soares de Lima Galdino

Maria Alves de Azerêdo

O estudo aqui desenvolvido tem como objetivo socializar uma experiência prática envolvendo sequências repetitivas em uma turma do 2º Ano do Ensino Fundamental, no contexto da unidade temática de Álgebra, conforme demanda da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017), planejada de forma colaborativa, a partir das contribuições de uma metodologia de formação docente — o Estudo de Aula, também denominada em nosso país como *Lesson Study*.

Considerando Sequência um objeto de conhecimento abordado na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017), na unidade temática de Álgebra, desde o 1º ano do Ensino Fundamental, percebemos a relevância dessa vivência, uma vez que esse conteúdo ainda é novo para os Anos Iniciais, sendo possível contribuir para esta área. Além disso, como professoras em permanente processo de formação, entendemos ser importante analisar propostas teóricas dirigidas à docência, para avaliar suas reverberações na prática.

A Álgebra nos Anos Iniciais tem como finalidade desenvolver o pensamento algébrico, porém, diferentemente do que se orienta para os Anos Finais do Ensino Fundamental, não se propõe o uso de uma linguagem algébrica formal, por meio de letras para expressar incógnitas ou variáveis. Autores como Vale e Pimentel (2011), citados por Jungbluth, Silveira e Grando (2019, p. 100), afirmam que o “pensamento algébrico centra-se



em processos de descoberta de invariantes e na oportunidade de, sobre eles, fazerem conjecturas e generalizações”.

Ressaltando a importância da Álgebra, Walle (2009, p. 287) afirma que, “Longe de ser um tópico de pouco uso no mundo real, o pensamento algébrico penetra toda matemática e é essencial para torná-la útil na vida cotidiana”, e argumenta sobre a importância da exploração do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolarização. Essa defesa, feita também por outros autores (Lins e Gimenez, 1998; Walle, 2009; Canavarro, 2007), justifica a inclusão da Álgebra como Unidade Temática na BNCC (Brasil, 2017).

A BNCC (Brasil, 2017) tem como finalidade desenvolver o pensamento algébrico a partir nos primeiros anos do Ensino Fundamental, indicando que devemos incentivar os alunos a criarem modelos matemáticos para compreender, representar e analisar relações quantitativas e qualitativas entre grandezas, utilizando-se de estruturas matemáticas. Sinaliza, ainda, que o estudo da Álgebra desde os Anos Iniciais prepara os estudantes para os futuros estudos nesse campo, auxiliando-os a compreender práticas matemáticas, como identificar padrões em estruturas e expressar regularidades.

A ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS

A Álgebra constitui uma área da Matemática que tem como base a abstração e a generalização, expressas em uma linguagem formal que abrange expressões, equações e regras de transformação. Historicamente, no Brasil, ela vem sendo ensinada nos Anos Finais do Ensino Fundamental, porém, a partir da primeira década do século XXI, temos proposições curriculares nas quais ela deve ser introduzida nos Anos Iniciais, em consonância com pesquisas da área (Lins e Gimenez, 1998; Walle, 2009; Canavarro, 2007).

No Brasil, tivemos as orientações do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), em 2012, com a propo-



sição do Eixo Pensamento Algébrico, voltado para o período de alfabetização matemática (1º ao 3º ano), e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 2017, com a inserção da Unidade Temática da Álgebra para todo o Ensino Fundamental, a partir do 1º ano. A BNCC, por ser um documento que precisa ser considerado na estruturação curricular da Educação Básica, influenciou a sedimentação da proposta de ensino de Álgebra desde os Anos Iniciais.

A proposição de inserção da Álgebra nos Anos Iniciais considera diferentes aspectos, discutidos e produzidos em pesquisas na área de Educação Algébrica, como, por exemplo, que os estudantes dos Anos Finais apresentam dificuldades em Álgebra, ensinada com ênfase na linguagem formal – cálculos de equações destituídos de sentido; que conceitos básicos de Aritmética – relações numéricas e propriedades das operações – não foram consolidados e causam maiores dificuldades quando conectados à Álgebra (Booth, 1995; Lins e Gimenez, 1998); e que um trabalho mais sistemático poderia ter início com as crianças, uma vez que pesquisas vêm indicando que elas poderão desenvolver um tipo de pensamento a partir de explorações no próprio campo da Aritmética (Canavarro, 2007; Walle, 2009).

Essas orientações enfatizam que a Álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo símbolos e cálculos com letras, mas consiste principalmente em um pensamento que se caracteriza em torno das capacidades de abstração e de generalização. Assim, a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como “uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas” (Kieran (2005) *apud* Canavarro, 2007, p. 87).

Neste artigo, utilizamos autores como Kaput e Kieran (2007), Walle (2009) e Canavarro (2007) para compreender a Álgebra, o pensamento algébrico e as possibilidades didáticas para seu ensino nos Anos Iniciais. Assim, o trabalho com a Álgebra nessa etapa de ensino deve proporcionar o desenvolvimento do pensamento algébrico. Mas o que é o pensamento algébrico?



Blanton e Kaput (2005 *apud* Canavarro 2007, p. 87) caracterizam o pensamento algébrico como “o processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à idade”.

Walle (2009, p. 288) descreve cinco formas diferentes de raciocínio algébrico: 1) generalização da Aritmética e de padrões em toda a Matemática; 2) uso significativo de simbolismo; 3) estudo da estrutura no sistema de numeração; 4) estudo de padrões e funções; e 5) processo de modelagem matemática, que integra as quatro formas de raciocínio anteriores. Assim, compreendemos que o pensamento algébrico não é uma ideia singular, mas é composto de diferentes raciocínios, e sua finalidade é o alcance da generalização.

Para Canavarro (2007), o trabalho com a aprendizagem de elementos de Álgebra nos primeiros anos de escolarização deve ter duas vertentes: a Aritmética generalizada e o pensamento funcional. A vertente que se relaciona à Aritmética generalizada é a ideia de explorar sistematicamente a Aritmética, expondo situações que manifestem generalidade (Kaput, 2005; Carraher; Schliemann, 2007 *apud* Canavarro, 2007).

A generalização envolve explorar operações, propriedades e relações entre números na Aritmética. São exemplos: explorar propriedades e relações de números inteiros; explorar a relação entre quantidades, representada pela igualdade; enfatizar a estrutura do número e não o seu valor (número abordado algebricamente); e resolver expressões numéricas com valor desconhecido (Canavarro, 2007).

Quanto à vertente do pensamento funcional, “envolve a generalização através da ideia de função, que pode ser encarada, por exemplo, como a descrição da variação das instâncias numa parte do domínio” (Canavarro, 2007, p. 89). O pensamento funcional permeia os conteúdos mais abstratos estudados pelos alunos nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, e,



se incentivado antes, certamente facilitará a compreensão de muitos conteúdos matemáticos estudados no futuro.

Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2018, p. 56) corroboram com o pensamento de Canavarro (2007) de que a Aritmética generalizada e o pensamento funcional são as formas mais comuns do Pensamento Algébrico, possíveis de serem contempladas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nesse contexto, o trabalho realizado pelas autoras do presente artigo envolveu a exploração de sequências repetitivas em uma turma do 2º Ano do Ensino Fundamental, um dos tópicos explorados no ensino de Álgebra nos Anos Iniciais. Sequências são conjuntos de elementos organizados segundo um determinado padrão e podem ser repetitivas, recursivas ou não recursivas.

De acordo com Walle (2009, p. 296), “o conceito de padrão repetitivo e como um padrão é ampliado ou continuado podem ser introduzidos para toda a turma de vários modos. Uma possibilidade é desenhar padrões de forma simples no quadro e ampliá-los em uma discussão com a turma”. Podemos, por exemplo, explorar sequência repetitivas a partir da oralidade. Walle (2009, p. 296) menciona como exemplo a sequência de notas musicais “dó, mi, mi, dó, mi, mi”, que constituiria um padrão repetitivo musical simples.

Já as sequências recursivas incluem a representação de padrões que envolvem a determinação de um elemento a partir do elemento anterior ou da combinação de elementos anteriores. Walle (2009, p. 298) afirma que a recursividade caracteriza “padrões que envolvam uma progressão a cada passo”, apontando que trabalhando com esse tipo de padrões em particular, os estudantes não apenas entendem como estendê-los, mas “também procuram por uma generalização ou uma relação algébrica que lhes dirá qual o elemento do padrão que ocupará qualquer lugar na sequência”. Para isso, as sequências recursivas são associadas a padrões numéricos crescentes, correspondentes ao conjunto de índices de seus elementos, apresentando um componente numérico que visa facilitar a generalização do padrão que co-



necta os elementos da sequência. Para Walle (2009, p. 296), “os padrões crescentes também demonstram o conceito de função e podem ser usados como uma porta de entrada para essa ideia matemática muito importante”.

Segundo Vale e Pimentel (2013, *apud* Jungbluth, Silveira e Grando, 2019, p. 99), “o primeiro passo para aprender a pensar matematicamente é aprender a descobrir padrões e estabelecer conexões.” Dessa forma, ao trabalhar com sequências, buscam-se padrões e conexões entre seus elementos, sejam eles palavras, símbolos, desenhos, números naturais, objetos ou figuras, estabelecendo uma possível ligação entre eles para chegar a uma generalização. A generalização decorre da observação cuidadosa das relações entre os elementos de uma sequência, e, “em particular, a generalização de padrões tem sido considerada como uma das formas mais importantes de introduzir álgebra e pensamento algébrico na escola” (Vergel; Moretti, 2021, p. 79).

De acordo com as orientações da BNCC, o conteúdo de sequências deve ser abordado desde as séries iniciais, por meio das sequências repetitivas e recursivas, construídas com objetos do cotidiano, números, figuras ou outras formas de representação (Brasil, 2017), considerando que letras ainda não são utilizadas nos processos iniciais de generalização.

METODOLOGIA

Este artigo teve origem a partir de encontros promovidos sobre a temática da *Lesson Study* (Estudo de Aula) pelo grupo de pesquisa GPEMais/UFPB, da Universidade Federal da Paraíba, formado por estudantes de Graduação e Pós-Graduação, pesquisadores e professores que ensinam Matemática no Ensino Superior e na Educação Básica.

O Estudo de Aula, também denominado *Lesson Study*, corresponde a uma metodologia de formação de professores, levando em conta a cultura e o contexto do local no qual o trabalho será desenvolvido, proporcionando reflexões para os pro-



fessores e pesquisadores envolvidos. Realiza-se em três etapas fundamentais: planejamento conjunto; implementação da aula planejada por um professor escolhido pelo grupo, sendo esta aula observada por pares ou pesquisadores; e reflexão pós-aula, também de forma conjunta e colaborativa. “No momento do planejamento, os professores e pesquisadores antecipam possíveis respostas dos estudantes, diferentes pensamentos e detalham o máximo da aula” (Utamura; Borel; Curi, 2020, p. 5).

A partir de pesquisas sobre o Estudo de Aula no GPEM/UFPA, foi proposta a organização de duplas de professores que estavam atuando nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental para o planejamento de uma aula a partir da escolha de um elemento de Álgebra, tema que vinha sendo estudado pelo grupo há algum tempo. Cada dupla foi acompanhada por um professor pesquisador para colaborar com as discussões e orientações.

As primeiras autoras deste artigo constituíram uma dupla, estando uma professora atuando em uma turma de 2º ano do Ensino Fundamental, no município de Cabedelo, e a outra lecionando em turmas do 1º ano, no município de João Pessoa, ambos localizados no estado da Paraíba. O tema escolhido para a aula foi Sequência Repetitiva. Depois de organizado o planejamento, este foi apresentado ao grupo de pesquisa e, em conjunto, foram antecipadas situações que poderiam ocorrer em sala de aula, como a possibilidade de um estudante copiar a sequência do colega, quando orientado a criar sequências repetitivas. Como sugestão para minimizar essa possibilidade, mesmo unificando o padrão na sequência repetitiva (por exemplo, padrões do tipo ABABABA... (Walle, 2009)), entregaríamos figuras diferentes para as duplas de estudantes.

Outro ponto de adequação foi que havíamos planejado construir as formas geométricas a serem exploradas nas sequências com as crianças, mas chegamos à conclusão, a partir da discussão coletiva, de que seria inviável por conta do tempo de aula disponível (uma manhã). Decidimos, então, levar as figuras já recortadas e divididas por duplas em um envelope, acrescen-



tando outras figuras além das que abordaríamos na aula. A aula foi aplicada em uma turma do 2º ano de uma escola municipal da cidade de Cabedelo, no dia 31 de outubro de 2022, pela primeira autora deste artigo, com base no Plano de Aula apresentado em seguida, e observada pela segunda autora.

Quadro 1 – Plano de Aula

- **Assunto:** Sequências Repetitivas - Turma: 2º ano do Ensino Fundamental.
- **Carga horária:** 4 horas/aula.
- Habilidades da BNCC: (E02MA10) “Descrever um padrão (ou regularidade) de sequência repetitivas e de sequência recursiva, por meio de palavras, símbolos ou desenhos”; (EF02MA11) “Descrever os elementos ausentes em sequência repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras”.

Objetivos específicos

- Analisar sequências pictóricas repetitivas, identificando o padrão ou regularidade.
- Identificar padrões em sequências, completando com elementos faltantes, em diferentes direções, por meio de palavras ou figuras.
- Construir sequências utilizando figuras.
- Descrever as sequências em estudo de forma oral para a turma.

Metodologia

- Inicia-se com a apresentação e nomeação das figuras (quadrado, retângulo, círculo e triângulo).
- Apresentação de sequências com figuras geométricas. Os alunos terão de analisar e identificar o padrão, expressando oralmente seu raciocínio diante dos seguintes questionamentos: “Quais figuras geométricas aparecem na sequência?”, “Qual é a regra utilizada?”, “Qual seria a próxima figura?”.
- Distribuição de envelopes contendo figuras geométricas confeccionadas em papel para as duplas, a fim de que sequências repetitivas sejam construídas e apresentadas.

Avaliação

- Oral, por meio da análise das sequências elaboradas pelos estudantes e com padrões justificados por eles.
- Em duplas, por meio da participação na criação e da análise do padrão das sequências construídas.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).



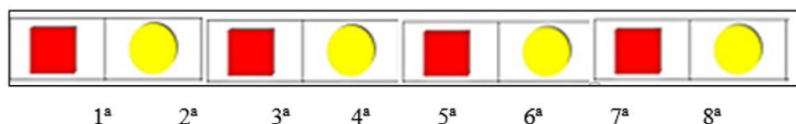
No próximo tópico, foram descritos e analisados alguns momentos da aula, a partir dos estudos teóricos relacionados à Álgebra e ao Estudo de Aula. Os nomes dos estudantes citados são fictícios, a fim de preservar suas identidades.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A aula teve início com a apresentação de algumas figuras geométricas planas – quadrado, retângulo, círculo e triângulo –, com a indicação de seus respectivos nomes abaixo de cada forma. A professora questionou se poderia criar sequências a partir das figuras apresentadas e obteve resposta positiva da turma, que afirmou que também poderiam ser formadas figuras de uma casa, de um cachorro, entre outras possibilidades, ou seja, entenderam que era para formar figuras, não relacionando o termo “sequência” ao que algebricamente ele representa.

A professora, em seguida, apresentou a primeira sequência, confeccionada em uma tira de cartolina, organizada segundo o padrão que pode ser lido como AB (núcleo com dois elementos, alternados). O núcleo de repetição era formado por um quadrado vermelho e um círculo amarelo (Figura 1).

Figura 1 – Primeira sequência



Fonte: Acervo das autoras (2022).

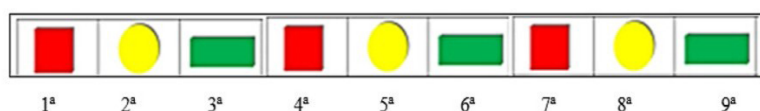
Nesse momento, o estudante Eric lembrou de já ter trabalhado com sequências durante o estudo do texto *As borboletas*, de Vinícius de Moraes, exploradas no início do ano letivo¹.

1 Poema de Vinícius de Moraes. Nele, o autor destaca quatro cores (branco, azul, amarelo e preto).

Apresentando a sequência, a professora perguntou sobre a ordem, uma vez que enumerou cada figura da sequência, questionando, ainda, se seria possível dar continuidade à sequência, e, caso fosse possível, como isso seria feito: qual seria a próxima figura? Quantas figuras diferentes seriam utilizadas? Rhuan, assim como a maioria da turma, respondeu que havia duas figuras diferentes, um quadrado e um círculo, enquanto Lara fez a observação de que “tinha quatro figuras”, visto que, na sequência apresentada, havia, no total, quatro quadrados e quatro círculos. Perguntamos à turma qual seria a décima figura, e os estudantes responderam corretamente que seria o círculo. Um aluno ainda argumentou: “Porque depois do quadrado vem o círculo”.

Em seguida, a professora apresentou a segunda sequência (Figura 2), com padrão ABC, formada por três elementos (um quadrado vermelho, um círculo amarelo e um retângulo verde). Após, questionou se ela era igual à sequência anterior. Os alunos responderam que não, “porque tem retângulo”.

Figura 2 – Segunda sequência



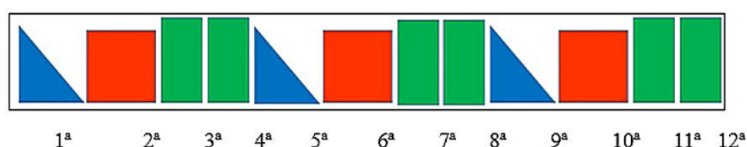
Fonte: Acervo das autoras (2022).

Questionados sobre quantas figuras se repetiam, os estudantes informaram que eram três. Explorando os índices colocados abaixo de cada elemento da sequência, a professora fez diferentes perguntas: “Se eu fosse continuar, qual seria a próxima figura, na décima posição? E a décima primeira? E a décima segunda?”, “Está ficando mais fácil ou mais difícil?”, “Aumentou ou diminuiu a quantidade de elementos?”. Os estudantes responderam corretamente a todas as perguntas.

Em seguida, foi apresentada a terceira sequência (Figura 3), com padrão ABCC (Walle, 2009), composta por quatro

elementos (um triângulo azul, um quadrado vermelho e dois retângulos verdes).

Figura 3 – Terceira sequência



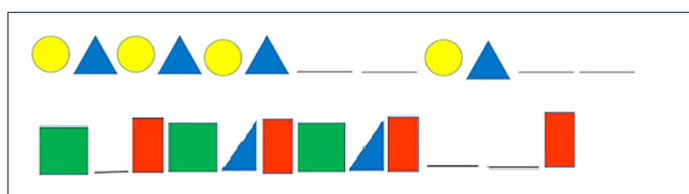
Fonte: Acervo das autoras (2022).

A professora pediu a participação de David, questionando até onde ia a próxima repetição, e ele respondeu: “Até o retângulo duplo”. Os estudantes começaram a identificar os núcleos de cada sequência com mais segurança. De acordo Jungblut, Silveira e Grando (2011, p. 1), “as crianças podem trabalhar desde muito cedo com os padrões de repetição, iniciando com materiais manipuláveis para num segundo momento, utilizar representações pictóricas (desenhos, gráficos, tabelas e outras formas de representação)”.

Ainda nesse momento, outro estudante faz a observação: “Se cortar o quadrado ao meio, pode virar dois retângulos”, e outro complementou: “Dois triângulos também”. Após as observações, a professora solicitou a ajuda dos alunos para continuar essa sequência, questionando: “Qual figura vou colocar aqui?”, apontando para a 13ª posição, e a aluna Sabrina respondeu: “A próxima repetição”. Para essa estudante, parece não fazer sentido colocar na sequência apenas uma parte do padrão ao dar continuidade a uma sequência.

Na quarta e na quinta sequências apresentadas para discussão coletiva com a turma, dos tipos AB e ABC, respectivamente, havia elementos faltantes (Figura 4). Em cada situação, os estudantes eram instigados a analisar e informar oralmente quais elementos deveriam ser colocados nos espaços em branco.

Figura 4 – Quarta e quinta sequências

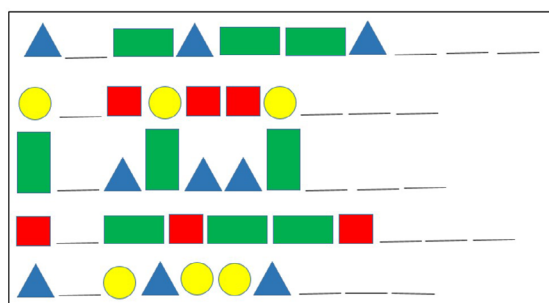


Fonte: Acervo das autoras (2022).

Assim que a professora colocou no quadro a quarta sequência, do tipo AB, com elemento faltante, uma aluna afirmou: “Tem que observar o primeiro com bastante atenção”, provavelmente se referindo ao primeiro grupo de figuras que depois é repetido, para, então, identificar os elementos faltantes, denominados por Lara como “secretos” e “elementos-surpresa”. O desafio desse tipo de atividade consiste em levar as crianças a desenvolverem um olhar mais amplo sobre a sequência, observando-a em ambas as direções – direita e esquerda –, sem se restringirem apenas ao motivo de repetição.

Ainda explorando sequências com elementos faltantes, cada dupla recebeu uma ficha com uma sequência incompleta e figuras recortadas para serem coladas nas posições em branco. Em todas as fichas havia uma sequência de núcleo ABB, contendo elementos faltantes no primeiro e no terceiro núcleos de repetição, mas formadas por figuras diferentes, como exemplificado na Figura 5.

Figura 5 – Modelos de sequências com elementos faltantes

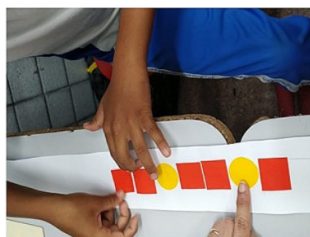


Fonte: Acervo das autoras (2022).



A professora perguntou quais figuras compunham cada sequência, destacando suas diferenças. Nas Figuras 6a e 6b, temos exemplos dos estudantes trabalhando na complementação das sequências, em duplas.

Figura 6 – Estudantes complementando sequências com termos faltantes



(a)



(b)

Fonte: Acervo das autoras (2022).

Para encontrar os elementos faltantes, a dupla da qual participava o estudante Eric observou que, na segunda repetição, havia um padrão “completo”. Com base nessa observação, os estudantes conseguiram completar a primeira e a terceira repetição. Uma dupla, além de identificar os elementos faltantes, ainda ampliou a sequência, acrescentando outro núcleo de repetição à direita, com as peças que ainda estavam disponíveis.

O terceiro momento da aula envolveu a construção de sequências repetitivas. Com figuras recortadas previamente, as duplas foram convidadas a construir uma sequência, recebendo também uma tira de cartolina em branco para colar a sequência criada. Das seis duplas formadas, duas chegaram a desenvolver duas sequências.

Em seguida, foi realizada a troca de sequências entre as duplas, para que analisassem a diversidade de sequências construídas e descrevessem os padrões observados. As duplas apresentavam sua sequência, destacando quais formas apareciam primeiro, antes que comesçassem a se repetir. Na Figura 7, ob-

serva-se o registro da apresentação de uma sequência realizada pelo estudante, representante de sua dupla.

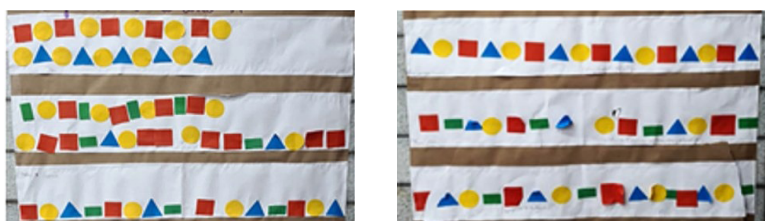
Figura 7 – Apresentação da sequência ao grupo



Fonte: Acervo das autoras (2022).

Nas sequências criadas pelos estudantes (Figura 8), é possível identificar a diversidade de padrões: duas com o padrão AB; duas com padrão ABC; três com padrão ABCD; e uma com padrão ABBC, o que indica o envolvimento e a autonomia dos estudantes na atividade proposta.

Figura 8 – Sequências construídas pelas duplas



Fonte: Acervo das autoras (2022).

A proposição de construção de sequência ocorreu após o trabalho de observação e da análise coletiva de sequências com padrões diversificados. Ressaltou-se a progressão da complexidade das situações propostas, bem como a articulação entre as diferentes capacidades esperadas – analisar, identificar, construir e descrever –, envolvendo sequências repetitivas. Con-

forme Jungblut, Silveira e Grando (2011, p. 1), o trabalho com Álgebra nos Anos Iniciais deve conduzir a “aprendizagem dos estudantes para descobrirem relações, encontrarem conexões, fazerem conjecturas, previsões e também generalizações”. A aula presente neste relato de experiência possibilitou alguns desses aspectos.

Em retorno ao grupo de pesquisa, foram apresentados os resultados, explicitando as estratégias das crianças, bem como nossas reflexões na perspectiva do Estudo de Aula enquanto dupla de professoras em processo continuado de formação. Diante do que foi vivenciado, ressaltamos que o Estudo de Aula surge como “[...] uma resposta às necessidades de formação dos professores, as quais emergem da sala de aula do cotidiano da escola” (Utimura, Borelli; Curi, 2020, p. 3).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos últimos anos, discussões sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade têm ganhado destaque nas pesquisas em Educação Matemática. No relato descrito, exploramos o conteúdo de sequência repetitiva com figuras geométricas planas e entendemos que obtivemos êxito em relação aos objetivos propostos no planejamento, ao observarmos as respostas da turma, do início da aula até o momento de produção de sequências repetitivas com as figuras disponibilizadas.

Os alunos tiveram a oportunidade de descrever oralmente como pensaram, argumentando suas estratégias e conclusões do início ao fim da aula, desde as atividades de nomear as formas geométricas até encontrar o elemento faltante e criar uma nova sequência, descrevendo-a para os colegas.

Com base no trabalho desenvolvido, vivenciamos uma aproximação com a metodologia de Estudo de Aula, que teve início com um planejamento colaborativo bastante deta-



lhado, com a antecipação de possíveis dúvidas e perguntas dos estudantes. Tivemos a oportunidade de vivenciar todas as etapas do planejamento, o que demandou a produção e a organização de materiais, além de conhecimentos sobre sequências repetitivas.

É importante ressaltar que, no grupo de pesquisa, já realizamos diferentes encontros de estudo sobre o ensino de Álgebra nos Anos Iniciais, os quais têm contribuído para nossa formação e para a articulação entre as bases teóricas estudadas e nossa prática docente. Destacamos, ainda, a importância da participação de professores da Educação Básica em grupos de estudo como o GPEMais/UFPB, que não apenas ampliam, de forma colaborativa, nossos conhecimentos teóricos e práticos, mas também aproximam a instituição de Ensino Superior da Educação Básica, repercutindo positivamente nos processos de formação inicial de professores que ensinarão Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Matemática. Brasília, DF: MEC, 1997. v. 3.

BOOTH, L. Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da Álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

FERREIRA, M.; RIBEIRO, A.; RIBEIRO, C. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do pensamento algébrico. **Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal De Mato Grosso Do Sul**, v. 11, n. 25, 2018.



JUNGBLUTH, A.; SILVEIRA, E.; GRANDO, R. C. O estudo de sequências na educação algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

3Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 21, n. 3, p. 96-118, 2019.

Kieran, C. (2007a). **Developing algebraic reasoning:** The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*, XVI(1), 5-26.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1998.

SERRAZINA, M. L. M. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 266-283, maio. 2012.

UTIMURA, G.Z. BORELLI, S. S. CURI, E. Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: uso, etapas, potencialidades e desafios. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, e202007, p. 1-16, 2020.

VALE, I.; PIMENTEL, T. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. **Da Investigação às Práticas**, v. 3, n. 2, p. 98-124, 2013.

WALLE, J. V. de. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGEL, R.; MORETTI, V. D. **Pensamento algébrico nos Anos Iniciais:** diálogos e complementariedades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural. São Paulo: Livraria da Física, 2021.



SEQUÊNCIAS REPETITIVAS NO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DO ESTUDO DE AULA

Simone Andrade Tavares
Yasmin Rodrigues da Rocha
Maria Betânia Sabino Fernandes

O grupo de pesquisa GPEMais/UFPB, coordenado por professores da Universidade Federal da Paraíba (UFPB), conta com a participação de professores universitários, estudantes de Graduação em Pedagogia e Licenciatura em Matemática, estudantes de Pós-Graduação em Educação e professores da Educação Básica que ensinam Matemática. Desde 2019, o grupo vem se aprofundando nos estudos relativos ao ensino de Álgebra na Educação Básica, com foco nos Anos Iniciais. Entre 2020 e 2022, os estudos se voltaram para a Metodologia de Estudo de Aula, direcionada à formação de professores. Nesse período, foi lançado o desafio aos participantes, que, na ocasião, atuavam em salas de aula do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, para planejarem e vivenciarem o ensino de Álgebra de acordo com a perspectiva do Estudo de Aula.

Pensando no contexto de pós-pandemia e no documento orientador *Continuum Curricular*, do município de João Pessoa, escolhemos trabalhar com sequência repetitiva para desenvolver habilidades revisitadas do ano anterior de ensino. Esse documento foi criado em razão do reconhecimento das fragilidades formativas dos estudantes, decorrentes da reestruturação das aulas durante a pandemia. O propósito do documento foi priorizar habilidades e competências essenciais da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017) e flexibilizar os currículos escolares do país, de forma a garantir o desenvolvimento contínuo das aprendizagens nos anos de 2021



e 2022. Nesse sentido, foi instituída uma Resolução do Conselho Nacional de Educação (CNE) – Resolução CNE/CP nº 2, de 5 de agosto de 2021 –, que estabelece as “Diretrizes Nacionais orientadoras para a implementação de medidas no retorno à presencialidade das atividades de ensino e aprendizagem e para a regularização do calendário escolar”. A resolução foi homologada pelo Ministério da Educação em agosto de 2021, configurando-se, assim, como uma política pública vigente até o final do de 2022.

A partir dos estudos temáticos sobre Estudo de Aula e Álgebra nos Anos Iniciais, e da proposta de trabalho do GP EMais/ UFPB com esses temas, foram definidas duplas de professores dos anos iniciais sob a supervisão de um professor universitário ou de um estudante de Doutorado membro do grupo para a definição dos processos investigativos a serem vivenciados nas salas de aulas da Educação Básica.

Neste texto, apresentamos e discutimos a investigação realizada pela dupla de autoras do presente artigo, sob a supervisão da terceira, e nele focamos o processo de estruturação da aula e a definição das atividades a serem desenvolvidas com os estudantes.

O ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS E A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

O ensino de Álgebra na perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico está presente no currículo nacional, para os Anos Iniciais, desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), embora de forma pouco explícita. Com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017), o ensino de Álgebra passou a ter um caráter normativo para este segmento, uma vez que o documento destaca “o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas



e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (Brasil, 2017, p. 270).

Canavarro (2007) argumenta sobre a possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de atividades envolvendo regularidades, generalização de padrões e das ideias relacionadas à igualdade. Para promover a percepção de regularidades, Santos, Luvison e Moreira (2018) sugerem que sejam propostas aos estudantes atividades com sequências, que teriam como desafio descobrir qual é seu “segredo”, ou seja, qual a regularidade que conecta seus elementos.

As sequências podem ser elaboradas usando-se diferentes objetos (reais ou suas representações com desenhos), em diferentes cores, formatos e tamanhos, além de movimentos com o próprio corpo, músicas ou outras opções (Walle, 2009). A escolha dos elementos que poderão compor as sequências propostas para os estudantes irá depender do nível de escolaridade no qual se atua, da maior ou menor familiaridade desses estudantes com sequências, dentre outros pontos que devem ser levados em conta.

De acordo com Walle, para os estudantes que estão iniciando o trabalho com sequências, é importante que o aspecto lúdico da atividade seja considerado, para que eles sejam atraídos para o desafio de buscarem identificar regularidades, dar continuidade às sequências apresentadas, dentre outras ações que podem ser propostas. Para Ponte (2009, p. 171):

[...] Os padrões mais interessantes são aqueles onde é possível conjugar elementos geométricos (simetrias, repetições) e aspectos numéricos, de modo a descobrir uma lei geral de formação, ou seja, tirando partido de raciocínios onde a representação visual desempenha um papel importante.

Lautenschlager e Ribeiro (2014) apresentam, como dados da pesquisa sobre os conhecimentos matemáticos dos professores que ensinam Matemática, as dificuldades que têm ao



ensinar esse conteúdo na Educação Básica, em especial relativos à Álgebra, apontando a necessidade de formação para apropriação desse conhecimento para poder ensiná-lo. Neste caso, vale ressaltar a necessidade de que essa apropriação ocorra tanto na formação inicial quanto na formação continuada.

No caso dos professores que participam do GPEMais/UFPB, foi oportunizada a aprendizagem de conceitos importantes relativos ao tema, a partir da leitura de artigos e livros que tratam do ensino de Álgebra na Educação Básica (Lins e Gimenes, 1997; Walle, 2009; Ponte, 2009; Ponte, Branco e Matos, 2009; entre outros). Os estudos teóricos e as discussões em grupo ampliaram nossa compreensão acerca da natureza do pensamento algébrico, em especial em relação às contribuições do trabalho com sequências para seu desenvolvimento.

Em relação ao Estudo de Aula, enquanto metodologia de pesquisa e também de formação continuada, as pesquisas vêm crescendo no campo da Educação Matemática.

Num estudo de aula, os professores trabalham em conjunto, procurando identificar dificuldades dos alunos, e preparam em detalhe uma aula que depois observam e analisam em profundidade. No fundo, realizam uma pequena investigação sobre a sua própria prática profissional, em contexto colaborativo, informada pelas orientações curriculares e pelos resultados da investigação relevante (Ponte *et al.*, 2016, p. 869).

De acordo com Ponte *et al.* (2016), o que distingue o Estudo de Aula de outros processos de formação docente é que nesses estudos o foco incide na aprendizagem dos estudantes e não na ação dos professores. Além disso, o fato de escolherem o tema das aulas a partir de dificuldades observadas em seus estudantes ou sobre tema que entendem serem desafiadores de ensinar, aproxima-os do processo formativo, uma vez que este pode proporcionar respostas mais imediatas para problemas reais de suas salas de aula.



METODOLOGIA

Iniciamos nosso trabalho refletindo sobre a proposta de aula, considerando o perfil da turma na qual ela seria realizada, e delimitamos os objetivos específicos relativos ao conteúdo sequência recursiva, selecionando a habilidade da BNCC (Brasil, 2017) que exploraríamos. Na ocasião, ficou acertado que iríamos explorar sequências repetitivas numéricas, pictóricas e geométricas. As sequências foram elaboradas com base nos trabalhos de Walle (2009) e Singer e Voica (2021). Na reunião seguinte, foi estruturada uma proposta de Plano de Aula.

Uma vez elaborada a proposta de Plano de Aula, sob a supervisão da terceira autora deste artigo, essa foi apreciada coletivamente pelos membros do GPEMais/UFPB, em reunião *on-line*, para que fossem identificadas possíveis fragilidades e apresentadas sugestões para sua melhoria. As interações com os colegas do Grupo de Pesquisa nos possibilitaram aperfeiçoar nossa proposta inicial, com os ajustes sugeridos – a maioria sobre detalhes nos enunciados das questões, de modo a deixá-los mais claros para os estudantes.

A atividade de investigação foi realizada em uma Escola Municipal de Ensino Fundamental I de João Pessoa, Paraíba, localizada na zona urbana da capital, em uma sala de 4º ano, composta por 36 estudantes. A atividade foi desenvolvida em dois dias, com duas aulas em cada dia, no mês de novembro de 2022.

As habilidades da BNCC (Brasil, 2017) selecionadas para exploração de sequências repetitivas nas atividades propostas foram: (EF01MA09) “Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida”; (EF02MA10) “Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos”; e (EF02MA11) “Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras”.



Foram definidos os seguintes objetivos para as atividades:

1) identificar padrões ou regularidades em sequência repetitiva pictórica, geométrica e numérica; **2)** descrever, verbalmente ou por escrito, os padrões ou regularidades identificados nas sequências analisadas; e **3)** determinar elementos faltantes ou seguintes em uma sequência. Em seguida, foram descritas as atividades propostas.

Foi elaborada uma caixa, com três envelopes numerados de 1 a 3 (com desafios progressivos em dificuldade), para atividades a serem resolvidas em duplas. Ao abrir a caixa e ao longo da resolução das questões propostas, as duplas foram acumulando pontos conforme seu desempenho nas atividades. Após todos resolverem os desafios propostos em cada envelope, seriam discutidas as respostas, que seriam registradas em um cartaz. Em seguida, um novo envelope com outra atividade seria aberto.

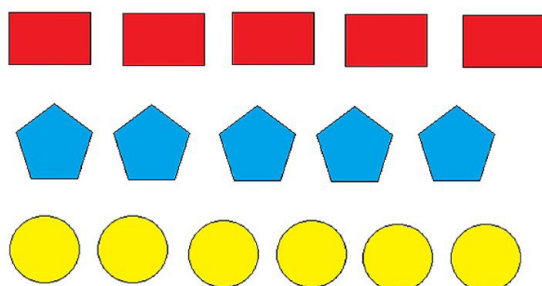
Caso a dupla acertasse a resposta da atividade, acumularia 100 pontos; as duplas que respondessem e não acertassem a resposta, mas elaborassem algum registro, acumulariam 80 pontos; e aquelas que não respondessem à atividade não pontuariam. As atividades presentes nos envelopes são descritas em seguida, com os respectivos enunciados e imagens das sequências.

Vivência do Jogo das Caixas. Foi apresentada aos alunos a caixa contendo os envelopes numerados de 1 a 3, com atividades a serem resolvidas em duplas.

Atividade 1: Após observar as sequências apresentadas em seguida, construa uma sequência com os materiais do envelope (cada dupla recebeu um envelope com figuras geométricas e um papel para colar a sequência construída).



Figura 1 – Figuras geométricas disponibilizadas nos envelopes



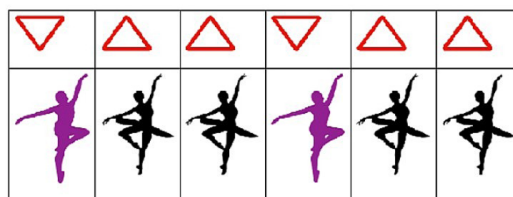
Fonte: Acervo das autoras (2022).

Após construírem as sequências, cada dupla deveria apresentá-las à turma, enquanto a professora formulava perguntas problematizadoras, como: “Qual é o padrão dessa sequência?”, “Você consegue perceber o padrão do seu colega?”, “Qual seria o próximo termo e o 18º termo dessa sequência?”, “Essas sequências têm o mesmo padrão? Qual(is)?”.

A **Atividade 1** envolveu sequências repetitivas cujo núcleo contava com apenas um elemento repetido. Nos envelopes, havia várias figuras recortadas, de três formas geométricas distintas.

Atividade 2 – O que os dois padrões a seguir têm em comum? A Atividade 2 envolveu duas sequências repetitivas com núcleo formado por três elementos em ambos os casos, na mesma ordem, e que poderiam ser lidos como ABB (Walle, 2009).

Figura 2 – Sequências repetitivas (ABB)



Fonte: Acervo das autoras (2022).

Resposta: _____



A **Atividade 3** consistiu-se na observação da sequência formada por emojis de bater palmas e levantar os braços.

Figura 3 – Sequências repetitivas (AAB)

										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Fonte: Acervo das autoras (2022).

- Você consegue, com seu corpo, reproduzir essa sequência? Você pode mostrar para seus colegas?
- Para continuar a sequência mantendo o mesmo padrão, qual seria o próximo passo? Bater palmas ou levantar os braços?
- c) Qual *emoji* deve aparecer na 14ª posição: bater palmas ou levantar os braços?

Essa atividade foi feita com base em uma sequência repetitiva que pode ser lida como AAB e envolve movimentos corporais, como sugerido por Walle (2009), que destaca a importância de explorar sequências que envolvam aspectos lúdicos e vinculados à realidade dos estudantes.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES EM SALA DE AULA

No presente artigo, apresentamos e discutimos os resultados relacionados às três atividades propostas, trabalhadas nos dois dias programados para a realização de formação envolvendo o Estudo de Aula. Iniciamos a primeira aula conversando com a turma sobre o que iriam trabalhar, apresentando previamente a professora que estaria conosco na sala de aula, acompanhando o trabalho. Em seguida, mostramos as caixas para que os estudantes tentassem adivinhar o que havia dentro e, após alguns palpites, uma estudante disse acreditar que se tratava de desafios.

Confirmamos a hipótese e informamos que iríamos resolver alguns desafios contidos nas caixas, iniciando pela primeira delas.

Apresentamos o cartaz com a planilha onde colocaríamos a pontuação e solicitamos que se organizassem em duplas para resolver os desafios. Foram formadas 13 duplas e um trio. Convidamos um aluno para abrir a caixa e retirar o envelope com o primeiro desafio. Antes de apresentá-lo à turma, explicamos como seria o sistema de pontuação. O desafio da Atividade 1, do primeiro dia, foi apresentado, e as duplas receberam um tempo para planejar como montariam a sequência com as formas geométricas disponibilizadas.

Os estudantes foram orientados a, primeiramente, montar a sequência e somente depois colar as figuras na tira de papel, evitando colagens aleatórias ou erros. Todas as duplas conseguiram construir uma sequência, e apenas uma montou uma sequência que não estava de acordo com a ordenação das formas geométricas. Ao apresentar sua sequência para a turma, a dupla percebeu que estava errada, mas, ao explicar, constatamos que esses estudantes erraram a colagem, mas souberam explicar o padrão. Em seguida, perguntamos à turma se a dupla deveria receber pontuação, já que errou a colagem, mas havia explicado bem sua sequência, e a maioria das crianças concordou.

Após esse primeiro momento, interrompemos a aula, pois contamos com aulas intercaladas de outras disciplinas, e o professor de Artes iria atuar naquele momento com a turma. Na aula seguinte, do mesmo dia, retornamos à sala para apresentação e discussão das sequências construídas pelas duplas. Nesse momento, duas delas foram chamadas para apresentar sua sequência. Os alunos analisaram se a sequência apresentada respeitava ou não a um padrão, e algumas observações foram feitas pela turma, como, por exemplo, que algumas sequências tinham o mesmo padrão da outra dupla. Em razão da complexidade do processo, foi possível realizar apenas a Atividade 1 no primeiro dia.



No segundo dia de aula, demos continuidade ao trabalho com sequências repetitivas. As duplas receberam outro desafio da primeira caixa, e todas leram para tentar desvendar o que as sequências tinham em comum. Para a nossa surpresa, foi o desafio mais difícil para as duplas, que não compreenderam o que estava sendo solicitado, por não saberem o que significava a expressão “em comum”. Então, foi informado que o termo significa “ter algo parecido”, e os estudantes passaram a registrar o que percebiam de semelhante nas sequências. Contudo, eles não consideraram o padrão ao observar a semelhança, e sim características das duas figuras (como a direção em que estavam voltadas, cores semelhantes ou a formação de um triângulo pelas pernas da bailarina). Então, foram feitas perguntas sobre o padrão de cada sequência.

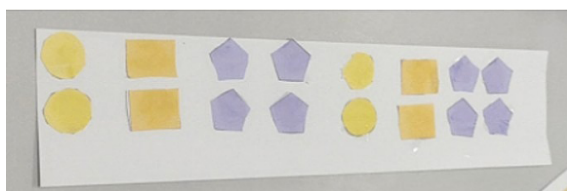
Algumas duplas conseguiram identificar quais figuras se repetiam, mas não conseguiam determinar onde o padrão terminava para reiniciar a repetição e formar a sequência. Considera-se que as dificuldades estavam relacionadas à falta de experiência da turma com sequências repetitivas nos anos anteriores, embora a BNCC (Brasil, 2019) estabeleça que o trabalho com esse tipo de sequência deve iniciar no 1º ano do Ensino Fundamental. Mesmo considerando que, em 2019, quando os estudantes participantes da experiência estavam no 1º ano, a BNCC havia sido aprovada há pouco mais de um ano, esse conteúdo não é recente e já era mencionado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (Brasil, 1998) para os Anos Iniciais.

Ao mediar a atividade com uma das duplas, perguntamos qual padrão se repetia, e os estudantes responderam: “Todos os elementos!”. Quando indagados sobre onde a sequência terminava, apontaram o quarto termo, enquanto o correto seria o terceiro. Apenas quando duplicamos a imagem, deixando as sequências com quatro repetições do padrão, eles conseguiram visualizá-lo com clareza. Após entenderem quais elementos se repetiam, observaram que um era diferente e dois eram iguais, registrando comentários como: “Um é diferente e dois são iguais”,



“Um triângulo para baixo, dois para cima”, “Estão em sequência de 1-2, 1-2”. A sequência era repetitiva com núcleo do tipo ABB. Após identificarem o que os padrões tinham em comum, propôs-se às duplas a criação de sequências repetitivas com as figuras que sobraram da primeira atividade. A Figura 1 apresenta uma sequência elaborada por uma das duplas.

Figura 1 – Sequência repetitiva de uma dupla de estudantes



Fonte: Acervo das autoras (2022).

A sequência dessa figura é repetitiva com padrão que pode ser lido como ABCC (Walle, 2009), composto por um círculo amarelo, um retângulo amarelo e dois pentágonos azuis. A professora que estava atuando na condição de observadora foi chamada por uma dupla, que perguntou qual era o nome de uma das figuras, apontando para um pentágono, que ainda não conheciam. A dupla mostrou sua sequência para a professora, que perguntou aos estudantes se eles conseguiam indicar o padrão na sequência que construíram. Inicialmente, eles não compreenderam a questão, que foi então reformulada: “Aqui temos retângulo, círculo, pentágono, retângulo, círculo e pentágono. Qual das formas está se repetindo?”. À pergunta, responderam: “Retângulo, círculo e pentágono”. A professora ressaltou que esse era o padrão, e um dos membros da dupla disse: “Vou anotar aqui atrás, pois, se eu ficar nervoso, não vou esquecer” – e registrou o padrão no verso da tira com a sequência.

Um momento de tensão ocorreu quando uma dupla de meninas apresentou sua sequência e os demais discordaram do padrão proposto, argumentando que o que haviam feito não seguia uma lógica. Na sequência, havia um círculo, um pentágono

e um quadrado, e seguia com dois círculos, dois pentágonos e dois quadrados, e, em seguida, continuava com um círculo, um pentágono e um quadrado. A sequência elaborada pela dupla tinha um padrão repetitivo com um núcleo complexo, formado por seis figuras. Pedimos que a turma observasse com atenção a produção das colegas, e perguntamos: “Quais elementos então se repetindo?”. Então, os estudantes pensaram um pouco e responderam: “Círculo, pentágono e quadrado”. No entanto, não conseguiram perceber a sequência como repetitiva, afirmando que o próximo grupo de figuras deveria ser composto por três círculos, três pentágonos e três quadrados.

Em relação à Atividade 3, as duplas analisaram o desafio, simularam com o corpo a sequência e a maioria dos estudantes conseguiu responder aos questionamentos, inclusive quando eram perguntados sobre qual seria o *emoji* da 14ª posição. Os estudantes de uma das duplas estavam discordando da resposta, e um deles havia faltado à aula no dia anterior. Orientamos, então, que fizessem a sequência com o corpo, mas ainda assim um deles não aceitou que o *emoji* era aquele que levantava os braços. Sugerimos a estratégia de desenhar os elementos seguintes, o que fez com que o estudante aceitasse, enfim, a resposta.

Para a discussão coletiva da resposta, os alunos formaram uma fila para representar a sequência da atividade e realizar as ações seguintes, até o 14º termo. Cada estudante fez o gesto correspondente à sua posição, e quando um deles errava, voltava-se para o começo, em uma ação que exigia atenção. Antes de chegarem ao 14º elemento, alguns já sabiam qual era a resposta correta e outros perceberam que haviam cometido um erro. Uma das duplas indicou o ritmo da música a qual a sequência lhe lembrava e, após discutirmos todas as respostas e pontuarmos as duplas, encerramos a atividade cantando o refrão da música que representava a sequência (*We will rock you*, do grupo Queen).



Após concluir as atividades, foi elaborado um relatório com as observações da segunda professora presente na sala de aula, a fim de realizarmos a discussão que caracteriza a última fase do Estudo de Aula, com reflexões aprofundadas sobre a prática. Foram avaliadas as ações realizadas e consideradas possibilidades de modificação do processo, caso seja necessário trabalhar o mesmo tema em aulas futuras com estudantes dos Anos Iniciais.

A discussão foi realizada pelas três autoras deste artigo e constituiu uma experiência valiosa para a formação docente, estendendo-se para além da sala de aula, uma vez que muitos aspectos discutidos podem ser aplicados ao trabalho com outros temas, em turmas diferentes anos de escolaridade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em relação ao trabalho realizado com as crianças em sala de aula, nossas hipóteses iniciais foram corroboradas: elas possuíam pouca experiência com sequências, mesmo aquelas aparentemente mais simples, como as repetitivas. Essa dificuldade pode decorrer não apenas do fato de o desenvolvimento do pensamento algébrico ter sido enfatizado somente a partir da aprovação da Base Nacional Comum Curricular, em 2017, mas também do impacto das mudanças provocadas pela pandemia no sistema educacional, que afetaram diretamente os estudantes participantes do nosso estudo.

Atividades que acreditávamos que os estudantes resolveriam com facilidade revelaram-se desafiadoras, permitindo-nos identificar o nível da turma em relação ao conteúdo de sequências, especialmente as repetitivas. Entretanto, vale ressaltar que o trabalho realizado em sala de aula, ao oportunizar que os estudantes apresentassem e discutissem suas respostas, após mediações das duas professoras presentes, contribuiu para a compreensão do conteúdo, como evidenciado em suas declarações corrigindo seus próprios erros.



Com base na experiência prática realizada com a turma, foi possível refletir sobre aspectos teóricos do campo da Álgebra discutidos no grupo colaborativo GP EMais, os quais se tornaram mais claros naquele momento. Isso evidencia a importância de promover ações formativas que integrem teoria e prática, de modo que uma contribua para compreender e consolidar a outra.

Quanto à metodologia indicada para a formação docente, o Estudo de Aula, os dois dias de atividades com os estudantes também nos ajudaram a entender como ela funciona na prática, valorizando o planejamento e a colaboração entre pares no processo. Apesar de a ação prática ter ocorrido em apenas dois dias, demandou reuniões prévias para sua organização, quando foram antecipadas possíveis respostas e dificuldades dos estudantes, entendendo que o planejamento é necessário, mas não dá conta de tudo o que efetivamente ocorrerá na sala de aula.

Também julgamos ser relevante a discussão posterior dos resultados, colocando-nos de forma respeitosa, mas, ao mesmo tempo, crítica, em relação às nossas ações em sala de aula, considerando as atividades propostas, as mediações feitas e a condução as discussões. As reflexões feitas nesse momento ampliaram nossa formação, tanto nos aspectos profissionais quanto pessoais.

Entendemos, ainda, que o domínio efetivo dos conteúdos que ensinamos é fundamental para conduzirmos o processo com qualidade, uma vez que, em atividades em que os estudantes têm sua participação garantida e valorizada, é mais provável que situações inusitadas ocorram. Se estivermos teoricamente mais bem-preparadas, teremos condições de realizar mediações que promovam aprendizagens.



REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

LAUTENSCHLAGER, E.; RIBEIRO, A. J. Reflexões acerca do impacto do conhecimento matemático dos professores no ensino: a álgebra da Educação Básica. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7, n. 3, 2014.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

PONTE, J. P. da. Uma agenda para investigação sobre padrões e regularidades no ensino-aprendizagem da Matemática e na formação de professores. *In*: VALE, I.; BARBOSA, A. (orgs.) **Padrões: múltiplas perspectivas e contextos em Educação Matemática**. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, 2009. p. 169-175.

PONTE, J. P. *et al.* O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. **Bolema**, v. 30, n. 56, p. 868-891, dez. 2016.

SINGER, F. M.; VOICA, C. Playing on patterns: is it a case of analogical transfer? **ZDM: Mathematics Education**, v. 54, n. 1, p. 211-229, 2022.

WALLE, J. A. V. de. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Penso, 2009.



EXPLORANDO A IDEIA DE IGUALDADE NA ÁLGEBRA: REFLEXÕES E PRÁTICAS NO CONTEXTO DO ESTUDO DE AULA

*Cristiane Carvalho Bezerra de Lima
Yara de Fátima Nascimento Andrade
Cristiane Borges Angelo*

Neste capítulo, apresenta-se e discute-se uma vivência prática de Estudo de Aula, realizada durante a metade do primeiro semestre de 2025. O foco principal foi a exploração do conceito de igualdade, que contou com a participação de um grupo composto por três pesquisadoras: duas professoras da Educação Básica (que são as duas primeiras autoras deste artigo) e uma do Ensino Superior (terceira autora deste artigo). O estudo foi dividido em três etapas: planejamento da aula, que envolveu a definição das estratégias e abordagens para trabalhar o conceito de igualdade; aplicação da aula, com atividades que propiciaram a reflexão dos alunos sobre o tema; e, por fim, reflexão, na qual foi feita uma análise dos resultados da aplicação, buscando entender o impacto das atividades na compreensão da ideia de igualdade pelos estudantes.

A aula foi realizada em uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública situada em João Pessoa, na qual uma das autoras leciona. A escolha pelo tema e pela turma foi feita com base nas discussões realizadas no grupo de pesquisa GPEMais/UFPB, considerando-se as dificuldades que os estudantes enfrentam para compreender a ideia de igualdade, conceito fundamental no trabalho com as equações, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

A aula foi planejada para explorar o conceito de igualdade por meio da analogia da balança de dois pratos, para melhor as-



simulação por parte dos estudantes. Para tanto, foi desenvolvido um material simples utilizando cabide, barbante e dois copos, a fim de simular uma balança de dois pratos. Essa representação, tradicionalmente associada ao equilíbrio, ilustra como, para alcançar a igualdade, é necessário garantir que ambos os lados da balança estejam equilibrados. Ao utilizar essa analogia, os alunos podem visualizar de forma intuitiva como o ajuste das massas pode criar o equilíbrio necessário para alcançar a igualdade.

O planejamento da aula foi realizado de forma *on-line*, com discussões sobre o tema e a elaboração colaborativa de seu conteúdo. Durante o processo, as pesquisadoras compartilharam suas experiências e perspectivas, contribuindo para a construção de um ambiente formativo e investigativo. A aula foi realizada de forma presencial, com uma das duas primeiras autoras do artigo atuando como ministrante e a outra como observadora.

O texto está organizado em três partes: inicialmente, são apresentados alguns elementos dos fundamentos teóricos que sustentam o Estudo de Aula e a temática da igualdade em Álgebra; em seguida, fazemos o relato acerca da aula de investigação realizada; por fim, são discutidos os principais resultados obtidos.

ESTUDO DE AULA

O termo *Lesson Study* origina-se da expressão japonesa *Jyugyo Kenkyuu*, que significa “Estudo de Aula”, e surgiu no Japão no final do século XIX. Países como Estados Unidos, Reino Unido, Chile, Portugal e Brasil têm desenvolvido pesquisas sobre essa metodologia, utilizando diferentes nomenclaturas, como *Lesson Study*, *Estudio de Clases*, Pesquisa de Aula e Estudo de Aula (Utamura; Borelli; Curi, 2020). Neste artigo, optamos por utilizar o termo Estudo de Aula, por entendermos, conforme Santos (2024, p. 30), que “esse movimento de reflexão da prática pedagógica requer um processo de estudo constante para a ação docente”.



De acordo com Utimura, Borelli e Curi (2020), a metodologia de natureza colaborativa do Estudo de Aula está organizada em três etapas: planejamento conjunto; implementação da aula planejada; e reflexão após a aula. Essas etapas são desenvolvidas de forma conjunta, escolhendo-se, no primeiro passo, um tema ou conteúdo sobre o qual versará a aula, considerando dificuldades dos estudantes.

No planejamento, é estabelecido um objetivo geral a princípio, o qual poderá ser refinado a partir do processo reflexivo que ocorrerá nas etapas posteriores (Utimara; Borelli; Curi, 2020). Durante o planejamento, deve-se considerar o tempo adequado para desenvolver e explorar o tema escolhido, assim como prever possíveis dificuldades na execução e na compreensão dos estudantes (Baldin; Félix, 2011).

O segundo passo trata da implementação da aula planejada, após a escolha de um professor para sua aplicação e um professor colaborador que deverá assistir às aulas e fazer anotações ou gravações que serão analisadas posteriormente. De acordo com Utimura, Borelli e Curi (2020, p. 8) “as resoluções apresentadas pelos estudantes, o progresso que eles fizeram, deverão estar nos registros dos observadores, e serão os principais itens que mobilizarão as discussões na etapa de reflexão”.

O terceiro passo é a reflexão sobre a aula, que deve ocorrer preferencialmente de forma imediata, para garantir que os detalhes observados não se percam e, assim, poder analisar e refletir sobre como a aula foi desenvolvida e possibilitar ajustes necessários para melhorar a prática docente, além de contribuir com a formação continuada do profissional. Utimara, Borelli e Curi (2020, p. 5) enfatizam que “se após a reflexão da aula deseja-se reaplicá-la, após alguns dias, um segundo professor do grupo leciona a aula para uma nova turma de estudantes, diante da organização de um novo ciclo”.

O envolvimento dos professores na prática do Estudo de Aula favorece a formação de um grupo colaborativo, no qual os profissionais se apoiam mutuamente durante o estudo, a apli-



cação e a análise das aulas. Esse processo tem como objetivo o aprimoramento contínuo da prática pedagógica do professor (Baldin; Félix, 2011). De acordo com Santos (2024, p. 32) “o contexto colaborativo favorece os processos de comunicação e oportuniza aos professores a interação entre os pares, a partilha de experiências docentes e materiais de ensino [...]”.

Neste processo, espera-se que os professores questionem, reflitam e busquem constantemente mais conhecimento. Ao promover a troca de experiências, o Estudo de Aula contribui para o desenvolvimento de uma cultura de aprendizagem colaborativa, cujo foco está na reflexão crítica e na adaptação das práticas pedagógicas às necessidades dos estudantes.

ÁLGEBRA E IGUALDADE

O ensino de Álgebra deve ser introduzido já nos primeiros anos escolares, com a finalidade de facilitar a compreensão de conceitos mais abstratos nos anos seguintes. Com o advento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), os conceitos algébricos e o desenvolvimento do pensamento algébrico ganham mais destaque nos currículos brasileiros. Ampliando a visão distorcida que se tinha sobre Álgebra, Kieran (2007) destaca que ela é mais do que procedimentos envolvendo símbolos, mas uma forma de pensar e raciocinar a respeito de situações matemáticas.

A partir dessa perspectiva ampliada sobre a Álgebra, é importante considerar um dos conceitos fundamentais dessa área do conhecimento: o sinal de igualdade, que tem mais significados do que se pode pensar inicialmente. Ao entender a relação de igualdade, os alunos começam a perceber que a Álgebra não se resume apenas à manipulação de números e símbolos, mas também à compreensão de que diferentes expressões podem representar a mesma relação matemática.



Bandarra (2011) destaca que, embora o sinal de igualdade seja amplamente utilizado nas aulas de Matemática, há limitações nas concepções associadas a seu significado. Segundo a autora, esse símbolo é comumente empregado com um enfoque estritamente operacional, o que contribui para que os estudantes não reconheçam ou explorem seus demais sentidos.

O uso recorrente do sinal de igualdade como mero operador para obtenção de resultados numéricos, prática comum na Educação Básica, acaba por restringir as possibilidades de aprendizagem algébrica. Nesse contexto, a ideia de igualdade, um conceito central na Álgebra, pode ser trabalhada por meio do uso do sinal de igual em situações que envolvam equivalência e igualdade entre expressões, promovendo uma compreensão mais ampla desse símbolo.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), é importante que os estudantes tenham a oportunidade de explorar situações diferentes envolvendo o sinal de igualdade, para que percebam que ele pode ser utilizado como um operador (esse é o aspecto mais explorado), para indicar uma equivalência entre dois termos ou expressões e ainda para definir uma relação funcional.

Como sugestão de atividades que envolvam a igualdade, é possível apresentar situações em que os estudantes analisem se determinadas afirmações são verdadeiras ou atividades em que se busca descobrir o valor desconhecido, em atividades que trazem espaços vazios. Segundo Bandarra (2011), atividades do tipo $a + b = c$ devem ser evitadas, pois reforçam o sentido operacional do sinal de igualdade, limitando a compreensão dos estudantes quanto às possibilidades de igualdade e equivalência.

Em síntese, o ensino da Álgebra desde os primeiros anos escolares deve buscar não apenas o domínio de procedimentos algébricos, mas também o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda sobre os conceitos que envolvem a relação de igualdade, frequentemente restrito ao aspecto operacional nas aulas de Matemática.



A igualdade deve ser explorada em seus diferentes significados e, para isso, é fundamental que os professores proponham atividades que desafiem os estudantes a refletirem sobre essas diferentes possibilidades. Somente dessa forma os alunos serão capazes de construir um pensamento algébrico consolidado, favorecendo a transição para conceitos matemáticos mais abstratos ao longo de sua trajetória escolar.

PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DA AULA DE INVESTIGAÇÃO

A aula de investigação foi planejada com o objetivo de oportunizar aos alunos o desenvolvimento da compreensão do conceito de igualdade, utilizando a analogia da balança de dois pratos. A atividade foi pensada para que os estudantes explorassem, de maneira prática, a ideia de igualdade, envolvendo-os no processo de comparação e análise de massas em uma balança para entender como uma igualdade pode ser representada.

A escola escolhida para o Estudo de Aula está situada na zona urbana de João Pessoa, Paraíba, e atende a um público de estudantes que enfrentam limitações em termos de recursos materiais e de apoio acadêmico. Além disso, a instituição sofreu com a defasagem de aprendizado causada pela pandemia da covid-19, e, antes desse evento, já enfrentava desafios decorrentes das defasagens de aprendizagem dos estudantes.

A turma escolhida foi a 1ª série do Ensino Médio do turno da manhã, composta por 26 estudantes – 13 meninos e 13 meninas. Um dos estudantes é uma Pessoa com Deficiência (PcD) que participou junto com os demais sem necessidade de material adaptado. Utilizamos duas aulas de 45 minutos para desenvolver esse trabalho.

Nosso objetivo foi promover a compreensão da noção de equivalência por meio do equilíbrio da balança e aplicá-la



na resolução de equações do 1º grau com uma incógnita. Para atingir esse objetivo, estruturamos a dinâmica da aula em três etapas: apresentação do conteúdo utilizando a balança; realização de uma atividade coletiva descritiva e comentada; e proposição de uma atividade individual. A seguir, apresentaremos as análises realizadas, que têm como base as observações e discussões ocorridas na etapa de reflexão do Estudo de Aula, momento em que os dados coletados foram examinados à luz dos objetivos propostos.

AULA EXPOSITIVA COM A BALANÇA DE DOIS COPOS

Inicialmente, a professora apresentou à turma a metodologia do Estudo da Aula, explicando o papel da professora observadora, o material que seria utilizado e o conteúdo que iríamos abordar. Os estudantes mostraram-se atentos e demonstraram interesse e curiosidade. Esse momento inicial contribuiu para estabelecer um ambiente de confiança e curiosidade, preparando-os para as atividades que seriam propostas.

A balança, feita com um cabide, barbante e dois copos, foi construída previamente. Antes da aula, realizamos testes com diversos objetos para utilizar na atividade, como carrinhos de brinquedo, bonecos, pedras de dominó, apontadores e borrachas. Todos os itens foram pesados em uma balança de precisão para verificar o grau de equilíbrio da balança feita com o cabide.

Na Figura 1, pode-se observar que penduramos o cabide de forma a deixá-lo em uma posição que facilitasse sua observação. Na lousa, traçamos uma linha reta (em cor preta) para monitorar o equilíbrio, ou desequilíbrio, da balança. Nesta imagem, especificamente, colocamos um carrinho em cada lado, mantendo a balança equilibrada, o que demonstrou que os objetos tinham a mesma massa.



Figura 1 – Apresentação do equilíbrio dos objetos com o cabide de dois copos



Fonte: Acervo das autoras (2025).

Na aula foi feita uma demonstração dos conceitos de equilíbrio e desequilíbrio utilizando objetos nos dois copos e, em seguida, foi preenchido um quadro de comparação de massas (Figura 2).

Figura 2 – Quadro de comparação de massas

M 1	mais pesada		M 2
lomboguine		X	Brasília
apontador		X	Brasília
apontador	X		mônica
apontador	—	—	monica + celosinha
domino	—	—	6 tampinhas

Fonte: Acervo das autoras (2025).

O quadro permitiu aos alunos registrarem quais objetos estavam em cada copo e indicarem se a relação entre suas massas era de igualdade ou qual dos dois teria maior massa. Essa atividade visou apresentar os sinais de comparação ($=$; $>$ e $<$), preparando os alunos para, posteriormente, escreverem sentenças matemáticas na forma de equações ou inequações.



Em seguida, a professora solicitou que os estudantes trouxessem alguns materiais que eles tinham à mão, como grampeadores, tesouras, borrachas e lápis e identificassem situações de equilíbrio com esses itens, encontrando equilíbrio entre um grampeador (G) de um lado e uma tesoura (T) e um o lápis (L) do outro lado. O registro da situação se deu por meio da sentença $G = T + L$, que significa que a massa do grampeador é igual à soma das massas da tesoura e do lápis. Em seguida, os estudantes usaram peças de um dominó e investigaram se três peças (3D) se equilibravam com algum outro objeto, descobrindo que se equilibravam perfeitamente com um carrinho (C), o que resultou na sentença: $3D = C$.

Essa atividade ajudou a ilustrar situações de igualdade, demonstrando que, independentemente de aumentarmos, diminuirmos, multiplicarmos ou dividirmos o mesmo valor de ambos os lados da balança, o equilíbrio será mantido. Essa reflexão foi fundamental para a compreensão do conceito de igualdade e das operações matemáticas relacionadas a ele.

Após a aula expositiva e dialogada, a professora propôs uma atividade coletiva para avaliar se os alunos haviam compreendido a igualdade e as operações associadas. A atividade foi pensada para consolidar os aprendizados, permitindo que os estudantes aplicassem de forma prática os conceitos discutidos ao longo da aula.

ATIVIDADE COLETIVA DESCRITIVA/COMENTADA

Após a demonstração de uso do recurso metodológico, a balança de dois copos, aplicamos uma atividade impressa, composta de três questões, para ser realizada individualmente dentro de um tempo determinado. Em seguida, os estudantes compartilharam suas impressões com um colega. Após esse momento, discutimos as respostas de forma oral, permitindo que todos pudessem refletir sobre os resultados obtidos e os procedimentos adotados.

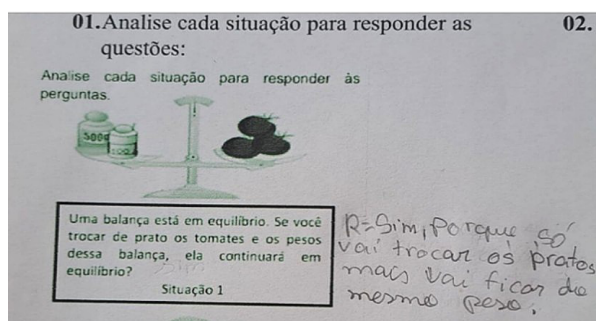


A questão 1, composta de três itens, teve como objetivo investigar a compreensão dos alunos sobre a relação entre o equilíbrio da balança e a proporção das massas, por meio de três situações em que as massas das bandejas foram modificadas, com o intuito de observar se os alunos compreendem como mudanças proporcionais nas massas impactam o equilíbrio da balança.

Na situação 1, apresentamos a imagem de uma balança, na qual, de um lado há dois pesos (de 500 g e 100 g) e, do outro, três tomates de mesmo tamanho. O objetivo era avaliar se os alunos compreenderam o conceito de equilíbrio e a ideia de que o valor numérico (massa) dos objetos permanece constante, independentemente de sua troca de posição na balança.

Nesta situação 25, alunos chegaram à compreensão de que a balança continuaria em equilíbrio, conforme pode ser observado na Figura 3, que apresenta o registro de aluna Luana.

Figura 3 – Registro da aluna Luana, referente à situação 1

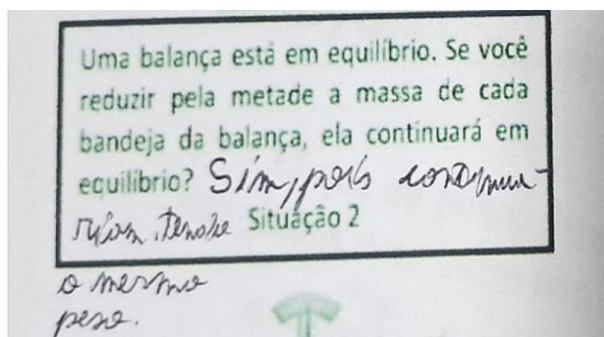


Fonte: Acervo das pesquisadoras (2025).

A situação 2 pretendia verificar se os alunos compreendem a relação entre o equilíbrio da balança e a proporção das massas, avaliando se a redução pela metade da massa de cada bandeja mantém o equilíbrio da balança. Neste caso, 24 alunos chegaram à compreensão de que, ao reduzir pela metade a massa de cada bandeja, o equilíbrio da balança seria mantido, demonstrando o entendimento da relação de proporcionali-

dade e equilíbrio, conforme pode ser observado na Figura 4, que apresenta o registro do aluno José.

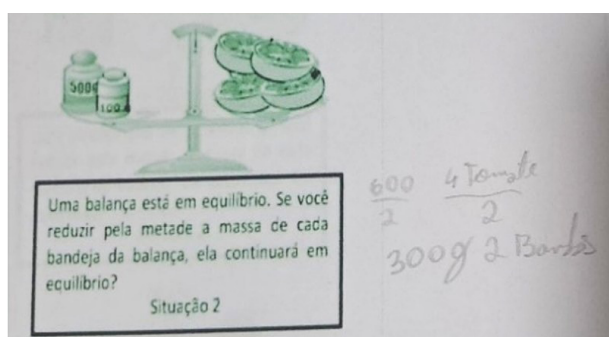
Figura 4 – Registro do aluno José, referente à situação 2



Fonte: Acervo das pesquisadoras (2025).

Sete estudantes calcularam os valores de cada prato, aplicando a ideia de equilíbrio e proporcionalidade discutida anteriormente, conforme pode ser observado na Figura 5. Eles realizaram os cálculos corretamente, levando em consideração a redução pela metade da massa de cada bandeja, como foi proposto na atividade.

Figura 5 – Registro do aluno Eduardo, referente à situação 2



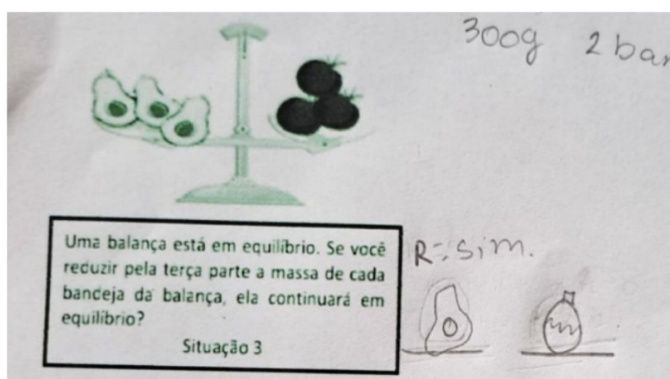
Fonte: Acervo das pesquisadoras (2025).

A situação 3 objetivou avaliar se os alunos compreendem a relação entre o equilíbrio da balança e a proporção das massas, investigando se a redução de um terço da massa de cada ban-

deja mantém o equilíbrio da balança. Nessa situação, 16 alunos chegaram à compreensão de que, ao reduzir pela terça parte a massa de cada bandeja, de forma proporcional, o equilíbrio da balança seria mantido.

Como pode ser observado na Figura 6, a aluna Luana representou um abacate e um tomate, diminuindo as quantidades de cada prato e reduzindo-as a um terço. Esse ajuste demonstrou a aplicação do conceito de proporcionalidade, onde a redução das massas de maneira proporcional em ambos os lados da balança mantém o equilíbrio, evidenciando a compreensão da aluna sobre a relação de equivalência entre as massas.

Figura 6 – Registro da aluna Luana, referente à situação 3

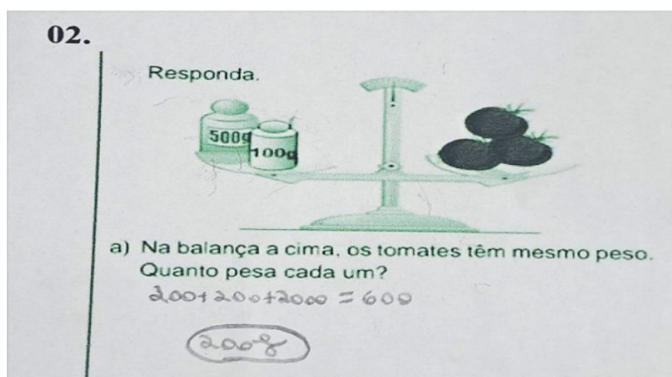


Fonte: Acervo das pesquisadoras (2025).

A questão 2 apresentava uma balança em equilíbrio contendo em um prato dois pesos (um de 500 g e outro de 100 g) e no outro prato três tomates. Essa questão envolvia a identificação do peso de itens individuais (os tomates), o registro do peso total dos objetos e a representação do equilíbrio da balança. A partir dessa atividade, os alunos deveriam aplicar a linguagem matemática para expressar as relações de equilíbrio.

No item A da questão 2, os alunos deveriam identificar o peso de cada tomate. Dos 26 alunos, 19 conseguiram fazer tal identificação, conforme ilustrado na Figura 7, que contém o registro do aluno Daniel.

Figura 7 – Registro do aluno Daniel, referente ao item A da questão 2

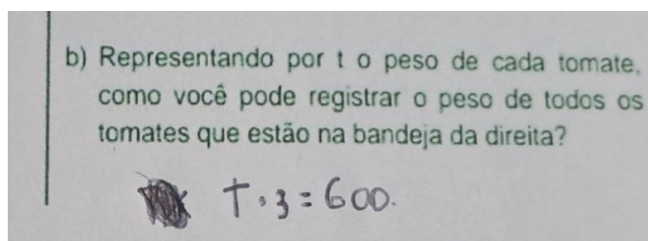


Fonte: Acervo das pesquisadoras (2025).

A resposta “ $200 + 200 + 200$ ” do aluno pode ser interpretada como uma tentativa de representar o peso de cada tomate de forma explícita, em razão de como ele visualizou o problema: se cada tomate pesa 200 g, somando-se esses valores obtém-se a massa total dos três tomates ($200 \text{ g} + 200 \text{ g} + 200 \text{ g} = 600 \text{ g}$). Ao fazer isso, o aluno mostra que entendeu que o peso total dos tomates deve ser igual a 600 g, mas, em vez de realizar a operação de divisão diretamente ($600 \text{ g} \div 3 = 200 \text{ g}$), ele optou por usar a adição de parcelas repetidas. A divisão seria uma forma mais direta e matemática de resolver o problema, mas a adição também pode ser uma maneira válida de o aluno representar o conceito de distribuição igualitária do peso entre os três tomates.

O item B da questão 2 objetivou avaliar a capacidade dos alunos de utilizar a linguagem matemática para representar o peso total dos tomates na balança, aplicando a notação algébrica e o sinal de igualdade. Nesse item, sete alunos conseguiram chegar a uma expressão matemática correta, como ilustrado na Figura 8.

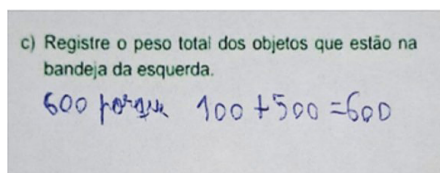
Figura 8 – Registro da aluna Luciana, referente ao item B da questão 2



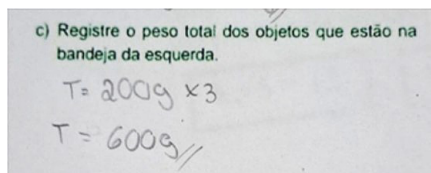
Fonte: Acervo das pesquisadoras (2025).

No item C da questão 2, o objetivo era determinar o valor numérico com base na comparação entre os dois pratos. Nas Figuras 9a e 9b, apresentamos as respostas de dois alunos, Gabriel e Cecília, respectivamente, com duas estratégias distintas. Em um caso houve a compreensão do resultado por meio da comparação dos pesos (100 g + 500 g) e da ideia de equilíbrio. No outro o valor, foi obtido com base no resultado anterior (200 g), o qual foi multiplicado por três. Ambas as abordagens estão corretas, mas os resultados foram alcançados de maneiras diferentes.

Figura 9 – Registros dos alunos Gabriel e Cecília, referentes ao item C da questão 2



(a)



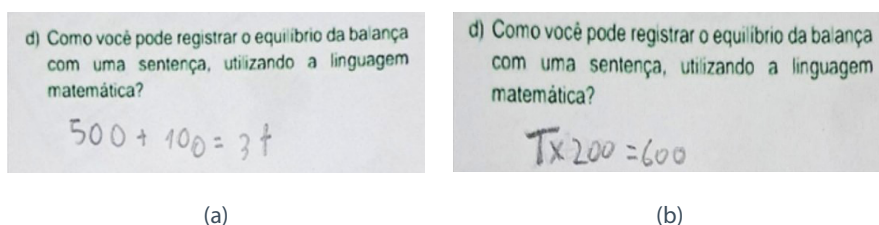
(b)

Fonte: Acervo das pesquisadoras (2025).

Para concluir a questão 2, foi solicitado aos alunos que registrassem a sentença matemática correspondente. Apresentamos nas Figuras 10a e 10b duas respostas para discussão e análise. À direita (10a), o estudante escreveu os termos de cada membro na mesma ordem em que aparecem na imagem da balança de dois pratos. À esquerda (10b), observamos que o

estudante formulou a sentença já conhecendo o resultado, o que fez com que a incógnita t representasse o número de frutas, e não suas massas. Na discussão coletiva, analisamos os diferentes valores numéricos e destacamos a importância de compreender claramente o que está sendo solicitado no problema.

Figura 10 – Registro dos alunos Luciano e Lucas, referentes ao item D da questão 2



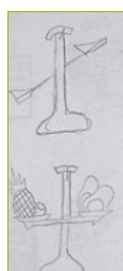
Fonte: Acervo das pesquisadoras (2025).

Para concluir a atividade coletiva, foi proposta a questão 3, que tinha como objetivo inverter as situações problema propostas até aquele momento. Ou seja, em vez de fornecer um modelo de balança para que o estudante associasse uma sentença, ele deveria conceber a sentença como uma balança de dois pratos. Nas Figuras 11a e 11b apresentamos duas respostas. Na figura 11a observamos que o aluno João fez um desenho com representações de frutas em ambos os lados da balança equilibrada, além de um desenho da balança desequilibrada, mas sem os objetos.

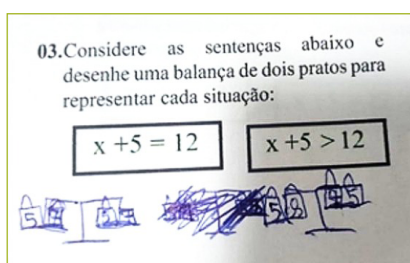
Na Figura 11b, a resposta oferece uma perspectiva diferente. Para o aluno Gabriel, a igualdade era representada por dois pesos de 7 g e 5 g em ambos os lados, e, no desequilíbrio, ele sugeriu aumentar o peso de 7 g para 8 g, ficando 5 g e 8 g de um lado e 7 g e 5 g do outro. Em ambos os casos, ficou evidente que o conceito de equilíbrio, tanto utilizando objetos (frutas) quanto pesos, foi compreendido.



Figura 11 – Registros dos alunos João e Gabriel, referentes à questão 3



(a)



(b)

Fonte: Acervo das pesquisadoras (2025).

Nos dois casos, foi possível perceber que os alunos compreenderam o conceito de equilíbrio na balança, conseguindo identificar as relações entre os elementos apresentados. No entanto, ao serem confrontados com uma sentença que envolvia uma incógnita, eles tiveram dificuldades em extrapolar a ideia concreta do problema para uma forma mais abstrata. Isso sugere que, embora os alunos tenham compreendido o princípio básico de balanceamento com valores conhecidos, a transição para uma representação simbólica com incógnitas ainda representa um desafio.

Esse tipo de dificuldade é comum em situações que exigem um nível mais alto de abstração matemática, onde os alunos precisam associar uma incógnita a um valor desconhecido, em vez de apenas comparar valores concretos. Trabalhar com incógnitas requer, além da compreensão do conceito de equilíbrio, a habilidade de manipular símbolos de forma que a sentença seja adequada à resolução do problema.

Portanto, a falta de generalização nesses casos indica a necessidade de mais práticas que envolvam a aplicação de sentenças algébricas simples, a fim de reforçar a habilidade dos alunos em lidar com incógnitas e compreender seu papel nas equações. A compreensão do problema de forma concreta, como demonstrado com a balança, é um primeiro passo importante;

no entanto, o próximo desafio será a transição para o raciocínio algébrico formal.

Após a resolução individual, as questões mencionadas foram discutidas de forma coletiva, permitindo que os estudantes verbalizassem suas considerações e tirassem suas dúvidas. Entre os diversos pontos abordados, uma situação merece destaque. Foi colocado no quadro um exemplo de balança, com uma maçã em um prato e um peso de 2kg no outro, questionando-se qual seria a sentença matemática correspondente àquela situação.

Inicialmente, os estudantes sugeriram a expressão $x + 2$, associando a maçã à incógnita x e o peso de 2 kg ao valor numérico. Em seguida, quando questionados sobre onde estava representado o equilíbrio, eles substituíram o sinal de adição (+) pelo sinal de igualdade (=).

Alguns alunos sugeriram que fosse usada a letra m para representar a maçã e na oportunidade a professora explicou que, ao utilizar uma incógnita, pode-se escolher diferentes letras, sem que isso afete o resultado. Além disso, alguns alunos observaram que 2 kg parecia um peso desproporcional para uma única maçã, o que evidenciou que estavam atentos aos menores detalhes da situação, mostrando um bom nível de compreensão e criticidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise da implementação da aula permitiu observar que o ensino de Matemática, baseado em tarefas investigativas que valorizam os conhecimentos prévios dos alunos, estimula a exploração de conceitos em situações-problema. No contexto da balança de dois pratos os alunos foram incentivados a formular hipóteses sobre o que acontece quando os lados da balança não estão equilibrados, experimentando, validando ou abandonando suas suposições.

Esse processo investigativo contribuiu para a compreensão das situações de igualdade propostas, permitindo que os



alunos percebessem a necessidade de ajustar elementos de forma equitativa, de maneira prática e visual. Ao integrar a balança de dois pratos à investigação, os alunos puderam desenvolver uma compreensão contextualizada sobre a ideia de igualdade.

Em relação à experiência das professoras com o Estudo da Aula, destacamos dois aspectos essenciais: a colaboração e a metacognição. O trabalho colaborativo foi fundamental não apenas para o desenvolvimento da aula, mas também para a reflexão sobre os resultados obtidos e as possíveis melhorias para as futuras ações pedagógicas das professoras. Após a implementação da aula, a análise dos resultados permitiu identificar os desafios encontrados e as estratégias utilizadas para superá-los. No aspecto metacognitivo, o estudo da aula nos incentivou a refletirmos sobre nossas escolhas pedagógicas, avaliando os impactos das nossas ações no aprendizado dos alunos.

Assim, ratificamos a importância do Estudo da Aula como uma abordagem metodológica importante para o desenvolvimento profissional dos professores envolvidos, evidenciando a relevância de espaços colaborativos e da reflexão contínua sobre o ensino. Esse processo permite promover uma prática pedagógica mais consciente, reflexiva e adaptada às necessidades dos alunos.

REFERÊNCIAS

- BALDIN, Y.Y.; FÉLIX, T. F. A pesquisa de aula (Lesson Study) como ferramenta de melhoria da prática na sala de aula. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., Recife, 2011. **Anais [...]**. Recife: [S. n.], 2011. p. 1-12.
- BANDARRA, L. O sinal de igual: um estudo vertical. *In*: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Póvoa do Varzim, 2011. **Anais [...]**. Póvoa do Varzim: [S. n.], 2011. p. 305-322.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.



KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: the role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**, v. 16, n. 1, 2007.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**.

Lisboa: Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC), 2009.

SANTOS, M. V. G. dos. **Formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental**: estudos de aula e o ensino de Álgebra. 2024. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), João Pessoa, 2024.

UTIMURA, G.Z; BORELLI, S.S; CURI, E. Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: uso, etapas, potencialidades e desafios.

Educação Matemática Debate, Montes Claros, v. 4, e202007, p. 1-16, 2020.



ESTUDO DE AULA E O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: POSSIBILIDADES PEDAGÓGICAS A PARTIR DO JOGO DAS ARGOLAS

Mariana Virgínia Góes dos Santos

Fabricia Rodrigues Soares

Rogéria Gaudencio do Rêgo

O presente capítulo resulta de uma experiência vivenciada no âmbito do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (GPEMais/UFPB), o qual se dedica ao estudo e ao desenvolvimento de pesquisas relacionadas ao ensino de Álgebra e ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF) há 6 (seis) anos. O trabalho aqui apresentado foi realizado a partir da metodologia dos Estudo de Aula, com foco nos objetos de conhecimentos referentes à unidade temática da Álgebra nos AIEF.

O estudo apresenta os resultados de uma atividade desenvolvida com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, que teve como objetivo o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade a partir do *Jogo das Argolas*. A vivência teve como objetivo compreender como as crianças utilizam os conhecimentos referentes à proporcionalidade direta em situações do cotidiano, especificamente em uma situação do seu contexto de vivência (*Jogo das Argolas*) e como o trabalho pedagógico desenvolvido pelo professor pode potencializar as aprendizagens das crianças.

Spinillo (2002) enfatiza que esse conhecimento, muitas vezes utilizado de forma intuitiva pelos estudantes, precisa ser desenvolvido de forma a evitar uma visão errônea e simplista de que esse conceito trata apenas da utilização de procedi-



mento de cálculo (regra de três) como centro do processo de ensino. Costa Júnior (2013) também aponta que o conceito de proporcionalidade é fundamental nos diferentes contextos de vivência das crianças, e que o trabalho com o desenvolvimento do raciocínio proporcional possibilita uma melhor análise nas situações vivenciadas.

A prática pedagógica, na maioria dos contextos escolares brasileiros, indica que, em muitas situações, o trabalho com a multiplicação tende a ser realizado com uma visão reducionista de adição de parcelas iguais. Essa percepção se dá a partir da relação que existe e está diretamente relacionada ao cálculo da multiplicação que pode ser feito usando uma adição repetida porque a multiplicação é distributiva com relação a adição. (Nunes *et al.*, 2009).

No entanto, há uma diferença conceitual entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo. Enquanto no raciocínio aditivo as situações podem ser realizadas e resolvidas a partir da relação todo-parte, o raciocínio multiplicativo baseia-se na relação parte-todo, em que analisamos as variáveis envolvidas, identificamos o valor em cada uma dessas variáveis e como eles se relacionam. “A relação constante entre as duas variáveis é que possibilita a dedução na resolução de problemas de raciocínio multiplicativo” (Nunes *et al.*, 2009, p. 85).

Nessa perspectiva, atividades que potencializem o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo são essenciais para que as crianças percebam as relações entre as grandezas envolvidas nas situações apresentadas. As noções de proporcionalidade são propostas a partir do 4º ano do Ensino Fundamental, cujo trabalho pedagógico deve ser desenvolvido de forma a associar este conhecimento a um dos significados da multiplicação (Brasil, 2017).

A atividade aqui apresentada e discutida foi estruturada a partir da metodologia formativa do Estudo de Aula, que se originou no Japão, e visa a formação de professores em uma perspectiva colaborativa e reflexiva acerca do trabalho pedagógico.



Compreende três ações principais: planejamento, execução da aula planejada e reflexão da prática pedagógica. A metodologia objetiva a ampliação e a apropriação do conhecimento sobre os processos de aprendizagem dos estudantes, de forma a promover o desenvolvimento sobre a prática profissional (Souza; Wrobel; Baldin, 2018).

O desenvolvimento do Estudo de Aula possibilita aos professores o contato com questões importantes do conteúdo proposto, relacionadas ao currículo, aos processos de raciocínio, às dificuldades e às questões das crianças relativas à dinâmica da sala de aula (Ponte *et al.*, 2016). Dentro do contexto colaborativo do Estudo de Aulas, a experiência aqui apresentada foi proposta a partir das três ações principais da metodologia: planejamento de uma aula com foco no desenvolvimento da ideia de proporcionalidade, relacionada ao ensino de Álgebra; aplicação da aula em um contexto significativo de aprendizagem, a partir do *Jogo das Argolas*; e reflexão, com o grupo de pesquisa, da aula desenvolvida.

SOBRE PROPORCIONALIDADE

A noção de proporcionalidade está presente em nossa vida cotidiana nas mais variadas situações. Este é um conceito com o qual as crianças muitas vezes têm contato de forma intuitiva, em experiências vivenciadas no cotidiano. Tinoco *et al* (2011) apontam que a criança começa a raciocinar multiplicativamente em situações que envolvem preços, relações tempo-distância e destacam que muitas vezes esses aspectos não são explorados em contextos escolares.

Lesh, Post, Behr (1988) consideram o raciocínio proporcional como um conceito central, um conhecimento fundamental do currículo elementar para os alunos do Ensino Fundamental e o alicerce de conteúdos posteriores. Os autores destacam que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é base para o pensamento algébrico, pois representa a habilidade de compreender



as relações multiplicativas, enquanto a maioria dos conceitos aritméticos é de natureza aditiva.

O documento normativo que orienta a organização dos currículos em território nacional, a BNCC (Brasil, 2017), indica o desenvolvimento das primeiras noções de proporcionalidade a partir do 4º Ano do Ensino Fundamental - como um dos significados da operação da multiplicação. Walle (2009) argumenta que, independentemente da forma como se apresentem nos currículos locais, o objetivo principal para o trabalho com proporcionalidade é que os estudantes possam desenvolver o raciocínio proporcional e não apenas uma coleção de habilidades de cálculo.

Nessas primeiras aproximações com a ideia de proporcionalidade, nas quais as crianças utilizam estruturas aditivas na resolução das situações propostas, a análise é feita a partir de que o todo é igual à soma das partes: “se queremos saber qual o valor do todo, somamos as partes; se queremos saber o valor de uma parte, subtraímos a outra parte do todo” (Nunes *et al*, 2009, p. 84).

Nas situações multiplicativas existe uma relação diferente, uma relação fixa entre duas variáveis (duas grandezas ou quantidades). A resolução de situações com foco no desenvolvimento do raciocínio proporcional possibilita que as crianças desenvolvam senso de covariação, ou seja, compreendam relações em que duas quantidades variam juntas, e são capazes de perceber que a variação de uma incide na variação da outra; reconhecem relações proporcionais e não proporcionais; desenvolvem uma ampla variedade de estratégias para resolver problemas, indo muito além da utilização de cálculos formais para a resolução de situações que envolvem proporcionalidade direta; e compreender que este tipo de raciocínio se relaciona com características de pensamento qualitativo e quantitativo (Lamon, 1999, citado por Walle, 2009).

Lesh, Post e Behr (1988) indicam que, em situações em que as crianças ainda se apoiam em estruturas aditivas, isso se



configura como um estágio anterior ao desenvolvimento do raciocínio proporcional, que os autores denominam como *raciocínio pré-proporcional*. Tarefas descritas pelas autoras, como *balance-beam* (trave de equilíbrio), modeladas pela equação $A \times B = C \times D$ são referenciadas como tarefas que envolvem raciocínio multiplicativo, enquanto as tarefas representadas pela equação $A + B = C + D$, envolvem o raciocínio aditivo.

O raciocínio proporcional implica na compreensão de uma relação constante entre duas grandezas, ou seja, a invariância; e na noção de que estas grandezas variam em conjunto, ou seja, covariância. Tinoco *et al* (2011) destacam quatro aspectos importantes para o trabalho com a proporcionalidade na educação básica: o primeiro é o fato de que é um conhecimento presente no cotidiano das pessoas e que o fato de utilizarmos o uso de procedimentos de cálculo sem uma análise qualitativa da situação torna a compreensão do conceito difícil para os estudantes, encobrindo sua grande utilidade em situações do dia a dia.

O segundo aspecto destacado pelas autoras é o estudo da função linear, que é considerado o tipo de função mais simples. Do ponto de vista do ensino e pelo fato da proporcionalidade reger muitos fenômenos da vida, as explorações de problemas relacionados a esses contextos propiciam que os alunos se familiarizem mais rapidamente com noções básicas de Álgebra. O ensino significativo de proporções aparece como o terceiro ponto destacado pelas autoras. O uso de tabelas, gráficos, desenhos e símbolos permite aos estudantes o reconhecimento das relações entre as variações das grandezas envolvidas favorecendo o desenvolvimento do pensamento qualitativo.

O quarto e último aspecto apontado pelas autoras, e destacado também por Lesh, Post e Behr (1988), é que o desenvolvimento do raciocínio com proporções possibilita o desenvolvimento de todos os aspectos já ressaltado e que essas capacidades são inerentes à utilização do pensamento



algébrico e a construção do conceito de variável, na medida que os estudantes avançam nos anos de escolaridade.

POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DO ESTUDO DE AULA

No Japão, Jyugyo Kenkyuu é a expressão que se refere à Pesquisa de Aula, onde “Jyugyo” significa aula e “Kenkyuu” corresponde à pesquisa, resultando assim na ideia de investigação sobre a prática em sala de aula (Souza; Wrobel; Baldin, 2018, p. 118). A metodologia formativa apresenta várias denominações que deferenciam de um lugar para outro. No Brasil, os termos mais comuns são Lesson Study, expressão a partir das experiências de países que falam o inglês, como Inglaterra e Estados Unidos, e Estudo de Aula, utilizado em Portugal. Para os propósitos deste trabalho, decidimos adotar o termo Estudo de Aula e acreditamos que essa prática de reflexão sobre a atuação pedagógica exige um contínuo processo de aperfeiçoamento da prática docente.

O Estudo de Aula surge como uma forma de atender às necessidades de formação dos professores, que emergem a partir do dia a dia na sala de aula e na escola (Utimura, Borelli, Curi, 2020). Essa metodologia ajuda a melhorar o trabalho pedagógico por meio da ação colaborativa entre os professores e começou a ser desenvolvida no final do século XIX, com ênfase no ensino de Matemática.

A metodologia propõe um ciclo de atividades em que os professores envolvidos possam trabalhar dentro de uma perspectiva colaborativa a partir de dificuldades apresentadas pelas crianças. Na primeira etapa os professores identificam um tema, um conteúdo, uma questão em que os alunos apresentam alguma dificuldade e, em seguida, se reúnem para o estudo desta temática, onde poderão observar níveis de conhecimento das crianças, possíveis respostas das questões propostas e outras especificidades do que se pretende desenvolver com



os estudantes. Nesse momento, além do estudo do tema que será proposto, é também feito o planejamento da aula a ser realizada.

A terceira etapa do ciclo consiste na aplicação da aula planejada pelo grupo, por um dos integrantes, e os demais membros realizam observações da vivência planejada. A observação dos professores está ancorada em registros de como os estudantes aprendem e quais as dificuldades que apresentam.

O planejamento da aula de investigação, em um estudo de aula, oportuniza aos professores refletirem sobre o ensino que realizam em sala de aula e desenvolverem aprendizagens profissionais, levando-os a aprofundar compreensões de conceitos, representações, procedimentos, ideias sobre os tópicos curriculares abordados (Richit, 2020, p. 20).

O quarto e último momento é dedicado à reflexão e análise da aplicação da aula planejada. Esse momento de reflexão realizado pelos professores, proporciona a análise das possibilidades e alternativas pedagógicas para a sala de aula, identificando quais as que melhor se adaptam ao contexto vivenciado tendo como foco principal a aprendizagem das crianças. A reflexão sobre a prática docente favorece ainda a ampliação e o aprofundamento de conhecimentos que favorecem novas práticas pedagógicas (Richit, 2020).

O Estudo de Aula constitui um processo formativo diferente dos vivenciados em nosso país, pois parte de uma perspectiva de trabalho colaborativa, onde os professores têm a oportunidade de colaborar com o desenvolvimento profissional de seus pares e de receber essa mesma colaboração. A metodologia possibilita que os professores estejam em contato com um trabalho estruturado e exploratório a partir de um contexto colaborativo; conjuguem conhecimentos provenientes de investigações com o conhecimento experiencial; ampliem seu conhecimento didático e aprendam a partir da sua prática pedagógica.

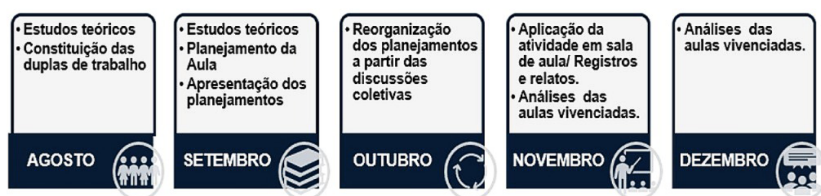


Em nosso contexto do grupo de pesquisa, a metodologia do Estudo de Aula mostrou-se com um grande potencial formativo dos(as) professores(as) que participam de suas atividades. O GPEMais/UFPB é composto por professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, professores de Matemática que atuam nos Anos Finais e Ensino Médio e professores e estudantes de graduação em Pedagogia e Licenciatura em Matemática, sendo coordenado por professoras pesquisadoras da instituição.

Desde 2019, o grupo tem se dedicado aos estudos relacionados ao ensino de Álgebra e ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais de escolarização, visto que pesquisas realizadas com maior ênfase nos anos 2000 serviram como base para a inserção da unidade temática de Álgebra neste segmento de ensino, a partir da homologação da BNCC (Brasil, 2017).

O grupo colaborativo GPEMais realiza encontros quinzenais e o estudo foi desenvolvido no período de agosto a dezembro de 2022. Para a realização das vivências os integrantes do grupo foram organizados em duplas de trabalho e fizeram a escolha de um objeto de conhecimento relacionado à unidade temática de Álgebra. As duplas desenvolveram o planejamento proposto em escolas da rede pública e privada do estado da Paraíba. As etapas encontram-se descritas na Figura 1.

Figura 1 – Etapas da pesquisa



Fonte: Elaborada das autoras (2022).

Como já indicado anteriormente, o estudo aqui apresentado e discutido teve como foco grandezas proporcionais, objeto de conhecimento específico do 5º Ano do Ensino Fundamental.

PROPORCIONALIDADE E O JOGO DAS ARGOLAS

A pesquisa qualitativa aqui descrita, caracteriza-se como um estudo de campo. Silveira e Córdova (2009) destacam que a pesquisa qualitativa se preocupa, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais. Indicam ainda que ações como descrever, compreender, explicar, são objetivos importantes para o desenvolvimento deste tipo de pesquisa.

Conforme apontado por Severino (2013, p. 107):

Na pesquisa de campo, o objeto/fonte é abordado em seu meio ambiente próprio. A coleta dos dados é feita nas condições naturais em que os fenômenos ocorrem, sendo assim diretamente observados, sem intervenção e manuseio por parte do pesquisador. Abrange desde os levantamentos (*surveys*), que são mais descritivos, até estudos mais analíticos.

A proposta de atividade foi organizada a partir do Jogo das Argolas, de conhecimento e vivência dos estudantes em outros contextos do cotidiano, como, por exemplo, festas culturais locais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997, p. 48) apontam que “além de ser um objeto sociocultural em que a matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento de processos psicológicos básicos”. O documento destaca ainda que, por meio de situações de jogo, as crianças não apenas vivenciam situações familiares, mas podem aprender a lidar com símbolos e a pensar por analogias (a partir de jogos simbólicos).

No que se refere aos jogos com regras, os PCN (Brasil, 1997) ressaltam que esse contato possibilita que as crianças aprendam a lidar com situações mais complexas e passem a compreender as questões de arbitrariedades das regras que são definidas pelos jogadores. “Os jogos com regras têm um aspecto



importante, pois neles o fazer e o compreender constituem faces de uma mesma moeda” (Brasil, 1997, p. 49).

Pode-se perceber que a potencialidade dos jogos como recurso didático é enfatizada pela ludicidade como motivação, onde o estudante é envolvido de forma ativa, desenvolvendo autoconfiança e sai da passividade que normalmente ocorre em aulas tradicionais, em que prioriza-se a transmissão do conteúdo. Mesmo o mais simples dos jogos, [...] desenvolvem habilidades e competências que favorecem o processo de aprendizagem. (Baumgartel, 2016, p. 4).

No contexto apresentado, propomos o desenvolvimento da atividade em uma turma de 5º Ano do Ensino Fundamental², em uma escola pública da rede municipal de ensino de João Pessoa, Paraíba. A turma C do 5º Ano contava com 34 estudantes matriculados no período vespertino e, destes, apenas 25 estavam presentes no primeiro momento e 27 no segundo momento da atividade. A atividade com os estudantes foi desenvolvida nos dias 09 e 11 de novembro do ano de 2022, em dois momentos específicos com duração de 1h 45min cada (2h aulas por sessão) com foco no desenvolvimento do Objeto de conhecimento Grandezas Diretamente Proporcionais, da Unidade temática de Álgebra.

A Habilidade correspondente ao Objeto de conhecimento citado é: (EF05MA12) “Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros” (Brasil, 2017). A habilidade destacada ressalta a relevância na proposição de situações que envolvam a proporcionalidade direta entre duas grandezas para o 5º Ano do Ensino Fundamental com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

2 De uma escola onde uma autora trabalhou.



PRIMEIRAS APROXIMAÇÕES

A primeira interação com a turma ocorreu em sala de aula, por meio de um diálogo informal entre a primeira autora e os estudantes. Depois das apresentações iniciais, os alunos foram informados de que realizariam uma atividade baseada em um jogo bastante familiar para eles, o *Jogo das Argolas*, e que a experiência que seria vivenciada se enquadraria em um contexto matemático. Ainda dentro dessa perspectiva de conversa inicial, foi perguntado se as crianças gostavam de Matemática. A maior parte das crianças da turma sinalizou afirmativamente, e apenas uma estudante disse que não gostava da disciplina. Outro aluno também indicou não gostar da disciplina, no entanto, disse que mesmo sem gostar estudava o que era proposto.

Após esse momento inicial, foi reforçada a importância da Matemática em nossa vida enquanto saber socialmente construído, propondo que os alunos refletissem sobre como esses conhecimentos são importantes. A partir desse diálogo elencamos saberes matemáticos presentes em situações cotidianas: na forma de objetos; na identificação da localização de lugares; na comparação de valores em situações de compra e venda; na compreensão de quais unidades de medida e seus respectivos instrumentos deverão ser utilizados, a depender da experiência vivenciada.

Após essa discussão inicial, as crianças foram convidadas para outro ambiente da escola, onde desenvolvemos o *Jogo das Argolas*. Iniciamos a explicação da atividade apresentando as regras do *Jogo das Argolas* (Quadro 1). Nesta etapa da atividade, os estudantes foram orientados a realizarem a leitura das regras, que iam sendo discutidas para que fossem compreendendo a dinâmica do jogo.



Quadro 1 – Regras do *Jogo das Argolas*

REGRAS PARA O JOGO DAS ARGOLAS

- A turma será dividida em grupos de até 5 jogadores;
- Cada grupo receberá uma argola de cada cor para tentar acertar os pinos;
- Para cada pino acertado a pontuação da argola será multiplicado por 2;
- Quando a cor da argola e do pino acertado forem iguais, haverá pontuação extra. O valor da argola será triplicado;
- Todos os componentes do grupo devem ter a oportunidade de lançar argolas;
- O grupo deve registrar na tabela os resultados das rodadas de lançamento;
- Ao final das rodadas faremos a soma das pontuações e aquele grupo que obtiver maior pontuação é o vencedor;
- Quando o grupo não acertar o pino, não marcará pontos na rodada.
- Cada grupo receberá uma tabela para registro das suas jogadas. A tabela do grupo será organizada em um cartaz para que cada integrante possa jogar e fazer o registro da sua jogada.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

No Quadro 2, apresentamos a pontuação de cada argola, de acordo com sua cor.

Quadro 2 – Cores das argolas e pontuação

CORES DAS ARGOLAS	PONTUAÇÃO
AZUL	2
VERMELHA	3
AMARELA	4
PRETA	5
VERDE	6

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

O *Jogo das Argolas* foi explorado com os estudantes organizados em grupos de cinco integrantes cada e a escolher um



nome para sua equipe. O critério para formação das equipes foi livre e observamos que isso se deu a partir da proximidade das relações entre as crianças. Ao final desta etapa tínhamos cinco grupos com cinco integrantes cada. As crianças inicialmente foram orientadas a discutir a estratégia que seria utilizada pela equipe para a obtenção do maior número possível de pontos, ao lançarem as argolas.

As discussões nas equipes foram interessantes, com as crianças expondo suas opiniões a respeito da melhor estratégia que utilizariam para obterem a maior quantidade de pontos. Foram perceptíveis o entusiasmo e os argumentos utilizados para a escolha de uma estratégia única para toda a equipe. O início da atividade foi muito intenso, pois as crianças estavam muito motivadas com a atividade, quando organizamos a ordem das equipes e iniciamos o jogo.

Macedo (1992 *apud* Rêgo, 2014) destaca que o desempenho em um jogo pode favorecer a melhoria da relação do estudante com a Matemática, além de possibilitar também o desenvolvimento de aspectos sociais e afetivos.

[...] Um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e os aspectos curriculares que se deseja desenvolver. (Brasil, 1997, p. 49)

Cada integrante do grupo tinha direito a uma jogada, devendo arremessar uma argola e fazer o registro do seu arremesso na coluna do grupo. Uma das percepções evidentes durante a realização do jogo foi que os estudantes de fato traçaram a mesma estratégia para a obtenção do maior número de pontos, que era tentar combinar a cor das argolas com a cor dos pinos, no entanto, pelo fato de ser uma estratégia mais arriscada, houve muitos erros na hora dos arremessos. Ques-



tionamos a um dos integrantes da equipe que estava arremessando se não seria melhor fazer menos pontos ao arremessar, combinando pino e argolas de cores diferentes, do que correr o risco de não marcar pontos, a criança respondeu: “Tem que arriscar professora, assim fazemos mais pontos!”.

Enquanto um grupo ia arremessando os outros ficavam observando de modo a repensar sua estratégia e movimentos de arremesso. Alguns estudantes com maiores dificuldades de escrita não conseguiram registrar as jogadas na tabela, o que foi rapidamente solucionado pelo grupo, pois alguns colegas que possuíam essas habilidades já consolidadas assumiram essa tarefa. Um dos grupos se organizou de forma a eleger um integrante para ser o relator (escriba) das jogadas.

Ao realizar o registro do seu arremesso, um integrante de uma das equipes necessitou de ajuda para registrar o resultado da sua jogada, na qual combinou em seu arremesso argola e o pino verdes. Ao fazer o registro ele precisou retomar as regras do jogo. A transcrição das falas entre o estudante e a pesquisadora descreve o raciocínio utilizado pela criança na hora do registro.

Estudante: Acertei a argola verde no pino verde. Então vou multiplicar 6×6 .

Pesquisadora: Mas é 6×6 ? É 6 vezes quanto? O número deve ser triplicado.

Estudante: Que o número é triplicado né?!

Pesquisadora: Isso

Estudante: Então é 6×3 , né? $6 + 6 = 12 \dots \acute{e} \dots 18$.

O registro do estudante, inicialmente oral e na sequência de forma escrita na tabela, evidencia que ele ainda utiliza um dos significados iniciais da multiplicação que é a adição de parcelas iguais. Nunes e Bryant (1997 *apud* Azerêdo, 2021, p. 46) salientam que “a aprendizagem da multiplicação representa um avanço qualitativo no pensamento das crianças, uma vez que



exige a compreensão de outros conceitos”. Segundo os autores, o raciocínio multiplicativo apresenta inicialmente uma continuidade em relação à operação da adição, ao mesmo tempo em que apresenta uma descontinuidade, visto que exige novos sentidos numéricos a partir de novas situações.

Ao encerrar todas as jogadas, retornamos à sala de aula para analisar as tabelas e verificar a equipe vencedora. As cinco tabelas foram expostas no quadro para conferirmos o total de pontos de cada equipe, que ficaram assim classificadas: *Os Crias*, marcaram 39 pontos; *BTs* marcou 24 pontos; as equipes Alfa e Dom Marcelo ficaram empatadas com 21 pontos; na última posição a equipe *Pop Star*, com 15 pontos. O momento de análise das tabelas foi essencial para que os/as estudantes pudessem visualizar as estratégias das outras equipes, constatando que todas as equipes optaram pela mesma estratégia.

ANALISANDO AS ESTRATÉGIAS DOS ESTUDANTES NO JOGO DAS ARGOLAS

A proposta para o segundo encontro foi retomar a experiência vivenciada com o Jogo das Argolas e propor situações problemas com base no Jogo. Em sala de aula, retomamos a organização dos grupos que vivenciaram a atividade, para que pudessem discutir as três situações que estavam sendo apresentadas. As situações problemas apresentavam duas equipes fictícias que tinham escolhido estratégias diferentes para conseguirem o maior número de pontos. Baseadas nos registros das duas equipes, as crianças deveriam resolver as situações problemas a partir de estratégias pessoais para identificar qual das equipes conseguiu vencer a partida.

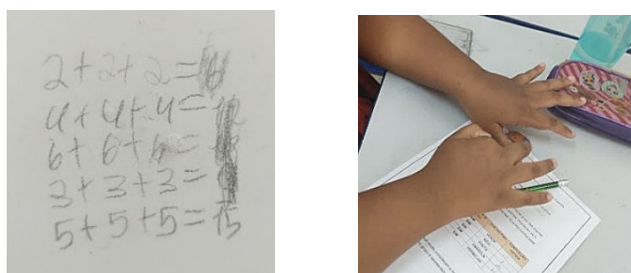
Ao analisarem as estratégias escolhidas pelas equipes das situações problema, os(as) estudantes tiveram um pouco de dificuldade no início, pois tinham que conferir com muita atenção quando a jogada tinha sido duplicada ou triplicada. A



realização da tarefa necessitou de mediação da pesquisadora, visto que alguns alunos apresentaram dificuldades nos cálculos.

No momento de discussão nos grupos, ficou visível que as crianças ainda se apoiavam em estruturas aditivas na resolução das situações. Ao identificar o valor das argolas e a cor dos pinos para saber se o valor seria duplicado ou triplicado, as crianças utilizavam a adição de parcelas iguais para chegar ao valor de cada arremesso. Em uma das jogadas, por exemplo, o integrante de um dos grupos fictícios combinou argola e pino vermelhos. Como nessa jogada o valor deveria ser triplicado, a resolução dos estudantes foi repetir o valor da argola três vezes, ou seja, computar $3+3+3=9$ (Figura 2).

Figura 2 – Registros das estratégias utilizadas



Fonte: Acervo das autoras (2022).

Piaget *et al.* (1968 *apud* Lesh; Pos; Behr, 1988) se referem a essa fase do desenvolvimento como estágio pré-proporcional. Segundo ele, as crianças têm a intuição de que as diferenças mudam com o tamanho dos números e que essas mudanças podem ser de ordem multiplicativa, porém, elas não conseguem considerar um aumento constante entre os números. Para ele, a pré-proporcionalidade acontece por meio de funções de coordenação, enquanto a proporcionalidade é baseada em operações reversíveis.

A última situação-problema proposta na atividade, requeria dos estudantes a análise sobre as estratégias utilizadas

pelas duas equipes fictícias. Após registrar o número de pontos que cada equipe conseguiu fazer, as crianças deveriam analisar as estratégias utilizadas e indicar qual delas foi a mais efetiva. Esse momento coletivo foi muito produtivo, pois as equipes tiveram a oportunidade de explicar as estratégias utilizadas pelas equipes fictícias, confrontar com a estratégia que escolheram durante a vivência do jogo e analisar as condições de jogadas e suas possíveis hipóteses de arremesso.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, apresentamos os resultados de uma atividade proposta com o objetivo de desenvolver o trabalho com grandezas diretamente proporcionais com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Em um contexto lúdico, a partir do Jogo das Argolas, a atividade possibilitou que o trabalho com a Matemática pudesse ser desenvolvido em um contexto significativo de aprendizagem. Com base em um jogo do repertório cultural das crianças, vivenciado em um contexto matemático, elas puderam experimentar o trabalho em grupos e a resolução de situações problemas envolvendo conceitos referente à proporcionalidade.

Durante a vivência com o jogo observamos a motivação das crianças e sua organização na escolha da melhor estratégia para a obtenção do maior número de pontos. No processo de registro das jogadas observamos que as crianças ainda se apoiam em situações aditivas para resolução das situações. Mesmo utilizando palavras do campo multiplicativo como “duplicar” ou “triplicar”, as crianças adotavam registros que indicavam a utilização da adição de parcelas iguais.

A mesma dinâmica se fez presente quando as crianças precisaram analisar outras estratégias utilizadas por equipes fictícias. Os registros escritos apontaram para o uso da mesma estratégia de resolução, indicando que as crianças se encontram ainda no estágio pré-proporcional, pois ainda não conseguem compreender que as relações proporcionais acontecem dentro



de uma perspectiva de operações reversíveis. O contexto da atividade também nos possibilitou observar a importância do trabalho pedagógico com a proporcionalidade a partir de contextos diversos.

Quanto ao trabalho com o Estudo de Aula, a proposição do trabalho pedagógico a partir da metodologia formativa contribuiu de forma significativa com o desenvolvimento profissional dos participantes do Grupo de Pesquisa. O estudo teórico das temáticas referentes aos objetos de conhecimentos que foram vivenciados com os estudantes e a perspectiva colaborativa de todo o trabalho, desde o momento do planejamento, aplicação da aula e reflexões da atividade vivenciada, trouxeram novos olhares e experiências ao fazer docente dos profissionais.

REFERÊNCIAS

AZERÊDO, M. A. **A Multiplicação nos Anos Iniciais**: concepções, representações semióticas e mediação pedagógica. Curitiba: Appris, 2021.

BAUMGARTEL, P. O uso de jogos como metodologia no ensino de Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE PESQUISADORES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20, Curitiba 2016. **Anais [...]**. Curitiba: [S. n.], 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, DF: MEC, 1997.

COSTA JUNIOR, J. R. Atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade: contribuições da história da Matemática. **BoEM**, Joinville, v. 1, n. 1, p. 34-54, jul./dez. 2013.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional Reasoning. In: J. HIEBERT, J.; BEHR, M. (eds.) **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Reston: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, 1988. p. 93-118.

NUNES, T. *et al.* **Educação Matemática, números e operações numéricas**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.



PONTE, J. P. *et al.* O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática.

Bolema, Rio Claro, v. 30, p. 868-891, dez. 2016.

RÊGO, R. G. Os jogos no ensino de Matemática. *In*: FARIA, E. M. B. de. *et al.* (orgs.). **Letramentos em Matemática**. João Pessoa: UFPB, 2014. p. 73-85.

RICHT, A. Estudos de aula na perspectiva de professores formadores. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 25, 2020.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2013.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. **A pesquisa científica**. *In*: GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: UFRGS, 2009. p. 33-44.

SOUZA, M. A. V. F.; WROBEL, J. S.; BALDIN, Y. Y. Lesson Study como meio para a Formação Inicial e Continuada de professores de Matemática – entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. **Boletim GEPEM**, n. 73, jul./dez, 2018.

SPINILLO, A. G. O papel de intervenções específicas na compreensão da criança sobre proporção. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, 2002, v. 15, n. 3, p. 475-487.

TINOCO, L. A de A. *et al.* Proporcionalidade e pensamento algébrico – Como e por que integrar? *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., Recife, 2011. **Anais [...]**. Recife: [S. n.], 2011.

UTIMURA, G. Z.; BORELLI, S. de S.; CURI, E. Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: suas etapas, potencialidades e desafios. **Educação Matemática Debate**, v. 4, p. 1-16, 2020.

WALLE, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental** – Formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.



AS DIMENSÕES E OS CÓDIGOS DO QUARTETO DO CONHECIMENTO MOBILIZADOS EM UMA ATIVIDADE DE SEQUÊNCIA GEOMÉTRICA COM ESTUDANTES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Érick Macêdo Carvalho
Rogéria Gaudencio do Rêgo*

Uma das finalidades dos cursos e programas de formação inicial e continuada de professores das instituições brasileiras é formar profissionais capacitados para atuar no cenário educacional, de modo crítico e reflexivo, observando a prática docente e o contexto escolar. Nesse sentido, as ideias apresentadas por Shulman (1986; 1987) e por Schön (1992; 2007), sobre o Conhecimento Específico e Pedagógico do Conteúdo e a Prática Reflexiva, respectivamente, podem ser relevantes para contemplar tais finalidades.

Compreendemos que a reflexão é um processo pelo qual o indivíduo realiza a análise de seus comportamentos (verbais, sociais, cognitivos, emocionais e motores) e, em seguida, toma decisões com base nos resultados observados. No campo da Educação, é fundamental que o professor utilize essa reflexão para avaliar suas atividades dentro e fora da sala de aula. Segundo Alarcão (2003), o professor reflexivo vai além da mera distribuição de conteúdo e reprodução de conhecimentos, ele se torna um agente criativo e crítico, apto a intervir na vida pessoal dos indivíduos.

Uma alternativa teórica e prática apresentada para a comunidade científica no início dos anos 2000, que contribui para o processo de reflexão sobre a prática docente, é o modelo do Quarteto do Conhecimento, que pode ser aplicado em diferentes



anos e níveis escolares, assim como na exploração de diferentes conteúdos e áreas de ensino.

Um ponto de partida para esse trabalho foi a revisão sistemática da literatura realizada por Carvalho e Rêgo (2024). De acordo com esses autores, os conhecimentos e as pesquisas com e sobre o Quarteto do Conhecimento ainda possuem uma baixa disseminação nos eventos e revistas acadêmicas brasileiras, em especial, ressaltaram o pouco número de investigações voltadas para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Neste artigo, apresentamos uma atividade envolvendo uma sequência geométrica repetitiva, em aula ministrada para alunos do 2º Ano do Ensino Fundamental, analisando-a e discutindo seus resultados a partir das dimensões e dos códigos do Quarteto do Conhecimento.

O QUARTETO DO CONHECIMENTO E A PRÁTICA DOCENTE

A proposta do modelo do Quarteto do Conhecimento surgiu a partir dos resultados de um projeto de pesquisa voltado para os conhecimentos do conteúdo de professores em formação inicial no Reino Unido e que teve como base as ideias de Shulman (1986; 1987). Liderados por Tim Rowland, pesquisadores analisaram as aulas desses professores e categorizaram os materiais sobre o conhecimento do conteúdo de Matemática e pedagógicos em quatro dimensões, formando o Quarteto do Conhecimento (Rowland, 2013; Rowland; Huckstep; Thwaites, 2005).

O modelo teórico do Quarteto do Conhecimento foi “desenvolvido para identificar, descrever e analisar o conhecimento do conteúdo matemático revelado no ensino, com a intenção de disponibilizar um quadro teórico adequado para a reflexão e discussão de aulas” (Turner; Rowland, 2011, p. 202).



As quatro dimensões - Fundamento, Transformação, Conexão e Contingência – possuem códigos que podem auxiliar na identificação de situações que ocorrem na prática docente, tanto no planejamento quanto no momento da aula. Elas estão descritas a seguir, conforme as ideias apresentadas por Rowland, Huckstep e Thwaites (2005) e Rowland (2013).

Fundamento é a primeira dimensão do Quarteto e está focada nos conhecimentos proposicionais e nas crenças do professor em relação: aos significados e descrições dos conceitos matemáticos, bem como às relações entre eles; aos múltiplos fatores que a investigação revelou serem significativos no ensino e na aprendizagem de Matemática; e ao estatuto ontológico da Matemática e aos objetivos de seu ensino.

A dimensão Fundamento é composta pelos códigos: Adesão ao Livro Didático; Consciência do Propósito; Concentração nos Procedimentos; Identificação de Erros dos Estudantes; Conhecimento Aberto do Assunto; Embasamento teórico da pedagogia; e Uso da Terminologia da Matemática.

A dimensão Transformação está direcionada para o conhecimento aplicado à prática, que se manifesta por meio da deliberação, da escolha, do planejamento e do ensino. Os significados e descrições do professor são modificados e apresentados de maneira estratégica para facilitar a aprendizagem dos alunos. Estão incluídas a utilização de analogias, de ilustrações, de explicações e de demonstrações. Essa dimensão é formada pelos códigos: Escolha de Exemplos; Escolha de Representações; Uso de Materiais; e Demonstração do Professor.

Conexão são os conhecimentos na ação que são revelados nas deliberações e nas escolhas feitas durante o planejamento e a execução do ensino. Durante uma aula ou ao longo de uma sequência de aulas, unificando o conteúdo e estabelecendo coerência e conexões entre significados, conceitos, representações e procedimentos. Nesta dimensão estão presentes os códigos: Antecipação da Complexidade; Decisões sobre Sequenciamento;



Conexões entre Procedimentos; Conexões entre Conceitos; e Reconhecimento de Adequação Conceitual.

Na Contingência as ações estão baseadas na habilidade de o professor tomar decisões imediatas e responder de maneira adequada às demandas dos estudantes durante uma situação de ensino. Ocasionalmente, isto pode ser interpretado como a capacidade do professor de desviar-se do planejamento estabelecido para desenvolver no processo educativo uma contribuição inesperada. Em relação à Contingência são definidos os seguintes códigos: Desvio da Agenda; Respostas às Ideias das Crianças; (In) disponibilidade de Recursos; e Visão do Professor.

As ações que ocorrem durante as aulas podem ser classificadas em termos de um código do Quarteto do Conhecimento ou de múltiplos códigos, assim como podem pertencer a uma ou até mais dimensões (Leiria, 2013). A identificação dessas ações, seguida de discussões e reflexões, pode contribuir com a formação inicial e continuada dos professores, incentivando o processo de reflexão na/sobre a prática e no desenvolvimento de sua identidade profissional.

ABORDAGEM METODOLÓGICA

Com base no ambiente da pesquisa e os procedimentos para a obtenção de dados, este trabalho apresenta abordagens de uma pesquisa qualitativa. Segundo Yin (2016, p. 31) umas das características desse tipo de pesquisa é “o uso de múltiplas fontes de evidência em vez de se basear em uma única fonte”, ou seja, nesse tipo de pesquisa o pesquisador “procura coletar, integrar e apresentar dados de diversas fontes de evidência como parte de qualquer estudo”.

Este estudo realizou observações sistemáticas, notas de campo e um dispositivo de gravações em áudio e fotografias para a produção de dados. De acordo com Gil (2017), na observação sistemática, o pesquisador identifica aspectos relevantes para



atingir os objetivos estabelecidos, elaborando um plano que orienta a coleta, a análise e a interpretação dos dados.

Neste estudo foi observada a aula de uma professora em uma turma do 2º Ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em uma escola pública localizada na cidade de Cabedelo, Paraíba. A observação durou aproximadamente quatro horas, incluindo um intervalo de vinte minutos para o lanche. A professora participante e responsável pela turma é graduada em Pedagogia, tem especialização em Psicopedagogia, Supervisão e Orientação Educacional e tem mais de vinte anos de experiência como docente. A turma observada era composta por 12 estudantes, com idades entre 7 e 9 anos (um dos estudantes tem deficiência, participou dos primeiros minutos da aula e saiu da sala com a acompanhante para realizar outras atividades).

De acordo com o plano de aula disponibilizado pela professora no início da aula, as atividades foram sistematicamente organizadas e divididas em quatro momentos, com situações em que os estudantes atuariam individualmente e em grupos. Neste artigo está descrito e analisado apenas o segundo momento. Nas transcrições dos diálogos da aula foram utilizados nomes fictícios para preservar a identidade dos estudantes e para as falas da professora da turma foi utilizado o termo “Profa Ana”. Os trechos destacados em *itálico* são as observações e as anotações do professor/pesquisador que esteve na sala de aula.

Os diálogos e as anotações de campo foram analisados a partir das dimensões e dos códigos do Quarteto do Conhecimento. Após categorizar as ações, foi realizado um encontro com a professora participante para refletir sobre os diálogos ocorridos durante a aula, discutir os apontamentos dos pesquisadores e esclarecer determinados trechos da aula.



DISCUSSÕES DO PROCESSO NA AULA

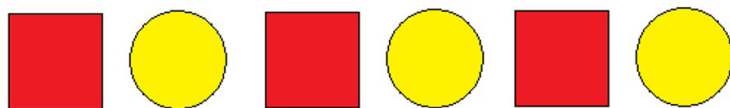
O primeiro autor deste artigo recebeu, antes das atividades, o Plano de Aula com o tema “Pensamento Algébrico com a exploração dos conteúdos de elementos ausentes e regularidades de sequências”; as habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propostas para a aula; os objetivos para cada atividade; as estratégias didáticas; e os indicadores avaliativos.

Além da professora e dos estudantes, na sala de aula estavam presentes o primeiro autor deste artigo e uma professora pedagoga, que também atua na escola e participou da ação como segunda observadora. Nos primeiros minutos da aula a professora ministrante da aula conversou sobre os dias da semana, as datas e os meses do ano.

Conforme o plano de aula, o objetivo do segundo momento da aula era apresentar sequências no quadro para que a turma observasse e apresentasse os próximos termos, tendo como base as perguntas: “Quais figuras geométricas aparecem na sequência?”, “Qual é a regra utilizada na sequência?” e “Qual seria a próxima figura da sequência?”. Antes desse momento, foram apresentadas as figuras geométricas (círculo, retângulo, triângulo e quadrado) e realizadas atividades sobre as formas e os nomes dessas figuras.

O segundo momento da aula teve início com a professora fixando no quadro exemplos de sequências com figuras geométricas confeccionadas em cartolina. A primeira sequência tinha oito elementos alternados entre quadrados e círculos (Figura 1).

Figura 1 – Sequência repetitiva formada por quadrado e círculo



Fonte: Acervo dos autores (2022).



No trabalho com a turma, explorando a sequência apresentada, registramos a discussão transcrita em seguida.

- [1] Profa Ana: Isso aqui é uma sequência, certo? Ou não? Eu posso considerar isso aqui uma sequência?
- [2] Estudantes: Sim!
- [3] Profa Ana: Eles estão seguindo um ao outro?
- [4] Estudantes: Sim!
- [5] Profa Ana: Estão do ladinho um do outro?
- [6] Estudantes: Sim!
- [7] Profa Ana: Agora presta só atenção. Quando eu coloquei assim, organizei assim, eles obedeceram uma ordem?
- [8] Estudantes: Sim!
- [9] Profa Ana: Qual seria nessa sequência a primeira figura?
- [10] Estudantes: Quadrado.
- [11] Profa Ana: Vou colocar aqui a primeira.

A professora continuou perguntando sobre a figura que estava em cada posição e foi escrevendo no quadro o índice correspondente à posição de cada elemento da sequência (indexação), abaixo dele, como pode ser observado no registro da Figura 02.

Figura 2 – Indexação dos elementos da sequência



Fonte: Acervo dos autores (2022).

Após a indexação dos elementos da sequência, registramos a discussão com a turma, transcrita em seguida.

[12] Profa Ana: Nem terminou aqui, mas, João, eu poderia continuar essa sequência? (Ela apontando para o último elemento da sequência).

[13] João: Sim!

[14] Profa Ana: Porque se eu tivesse mais figurinhas, eu poderia continuar. Então, qual seria a próxima figura da sequência?

[15] Ramon: Um quadrado!

[16] Profa Ana: Vocês concordam com Ramon?

[17] Estudantes: Sim!

[18] Profa Ana: Olhando para essa sequência, quantas figuras diferentes há nela?

[19] Estudantes: Quatro! (Alguns estudantes levantaram a mão e indicaram o número quatro com os dedos).

[20] Profa Ana: Quatro diferentes? Cintia está dizendo duas, Maria está dizendo duas, Ramon está dizendo quatro e Davi está dizendo quatro. E agora?

[21] Profa Ana: Quais são as duas figuras então, Cintia?

[22] Cintia: Quadrado e Círculo!

[23] Profa Ana: Ah, Davi disse quatro e agora está dizendo duas. São duas figuras, o quadrado e o círculo.

Alguns minutos depois, a professora que estava na sala de aula, fazendo observações, pede licença e pergunta a Ramon porque ele tinha dito que eram quatro figuras e Ramon respondeu: "Porque tinha quatro figuras: quatro quadrados e quatro círculos!". Ao ouvir a resposta de Ramon Profa Ana: "Ah, eles contaram assim, 1, 2, 3, 4 quadrados e 1, 2, 3, 4 círculos. Foi assim que você pensou?", ao que Ramon responde afirmativamente.

Para finalizar a atividade, a professora fez diversas perguntas sobre o tipo de figura que estava em cada posição. Primeiro



ela fez perguntas em relação às posições pares (2ª, 4ª, 6ª e 8ª) e todos os estudantes responderam corretamente, em seguida, ela questionou: “E qual seria a décima figura?”. Os registros do diálogo ocorrido a partir dessa questão estão transcritos em seguida.

[24] Bia: Não tem! (A maioria dos estudantes respondeu “Círculo!”)

[25] Profa Ana: Mas se eu continuasse, Bia? Porque nada impede de eu continuar.

[26] Bia: Um círculo!

[27] Caio: A **décima** seria um círculo!

[28] Guilherme: Quadrado!

[29] Profa Ana: Seria um círculo ou um quadrado?

Neste momento ela decidiu consultar a opinião dos estudantes, solicitando que levantasse a mão quem achava que a resposta seria um quadrado e, depois, quem pensou ser um círculo. Quase todos os alunos levantaram a mão para a opção do círculo.

[30] Profa Ana: Todo mundo acha que é um círculo?

[31] Jeniffer: Não!

[32] Profa Ana: Ah, Jeniffer acha que não, mas Jeniffer não levantou a mão para quadrado e nem para círculo. Ia ser qual figura, Jeniffer?

[33] Jeniffer: Nenhuma!

[34] Profa Ana: Davi, por que você acha que aqui seria um círculo?

[35] Davi: Porque depois de quadrado é círculo!

[36] Profa Ana: Hum, porque depois de quadrado vem um círculo. Então vou fazer outra pergunta agora.



A professora volta a fazer perguntas sobre o tipo de figura em cada posição, desta vez questionando sobre as que ocupavam posições ímpares (1ª, 3ª, 5ª e 7ª). Todos os estudantes respondem de forma correta. Em seguida é estabelecida a discussão transcrita em seguida.

[37] Profa Ana: E a décima primeira?

[38] Alguns estudantes respondem: Círculo!

[39] Profa Ana: Qual é a décima primeira? Já tem aqui?

[40] Estudantes: Não!

[41] Profa Ana: Vocês acham que se eu colocar um círculo aqui dá certo? (Ela apontou para a nona posição).

[42] Estudantes: Não!

[43] Ramon: Destruíu a ordem!

[44] Profa Ana: Como é, Ramon?

[45] Ramon: Porque destrói a ordem, porque é um quadrado, um círculo, um quadrado, um círculo...!

[46] Profa Ana: Se eu botar um círculo aqui, eu destruo essa sequência. É assim?

[47] Ramon: É!

[48] Profa Ana: Ah, sim! Entendi! Muito bem!

A aula é encerrada após esse último diálogo transcrito, com a Profa. Ana fechando a discussão sobre sequências repetitivas.

No tópico seguinte, trazemos a análise dos diálogos entre a professora e os estudantes, as observações e as anotações descritas pelo pesquisador, a partir das dimensões e dos códigos do Quarteto do Conhecimento.



RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na aula observada, foi possível identificar dimensões e códigos do Quarteto do Conhecimento que foram mobilizados pela professora na atividade sobre sequência repetitiva com figuras geométricas. Nos diálogos transcritos foram encontradas passagens que convergem com os aspectos das dimensões Fundamento, Transformação e Contingência.

No início da atividade foi percebido que a professora optou por apresentar a sequência geométrica composta por quadrados e círculos, utilizando um material confeccionado em cartolina, ao invés do livro didático. Esta ação demonstra revelações da dimensão Fundamento, vinculada ao código Adesão ao Livro Didático, como um exemplo positivo do não uso desse recurso. Segundo Rowland *et al.* (2009), esse código da dimensão Fundamento é percebido quando o(a) professor(a) faz uso de seus materiais didáticos e estratégias de ensino e não utiliza o livro didático. No encontro com a professora, ela explicou que escolheu utilizar esse material para atrair a atenção dos estudantes por meio das cores e das formas, além disso, mencionou que o livro didático apresentava poucos conteúdos relacionados às sequências repetitivas.

Além desse código, nesta ação pode ser identificada a mobilização da dimensão Transformação, associada de modo positivo ao código Uso de Materiais. Para Rowland *et al.* (2009), essa dimensão refere-se às ações empregadas pelo professor para transformar seu conhecimento, de maneira a torná-lo acessível e adequado aos estudantes, utilizando analogias, procedimentos, justificativas, recursos materiais, entre outras possibilidades.

Entre as passagens [18] e [23], a professora pergunta sobre a quantidade de figuras distintas que existem na sequência geométrica, e nas falas [18] e [20] ela pergunta, respectivamente, “[...] Quantas figuras diferentes há nessa sequência aqui?”, “Quatro diferentes? [...]”. As estudantes Cintia e Maria respondem que há duas figuras, enquanto Ramon e Davi alegam haver quatro. A



professora segue com o diálogo e pergunta a uma das estudantes qual a explicação para sua resposta (duas figuras) e percebe que Davi muda de resposta e passa a concordar com Cíntia. No entanto, Ramon não foi questionado pela professora Ana sobre o porquê de ter respondido quatro figuras. Ela poderia ter utilizado esse momento para descobrir como ele pensou, mas optou pela continuação da aula.

Nesse trecho, é possível observar a mobilização da quarta dimensão do Quarteto do Conhecimento – Contingência, conectada de modo não positivo ao código Respostas às Ideias das Crianças. Em relação a este código identificado na passagem de [18] a [23], Rowland *et al.* (2009) afirmam que em muitas ocasiões o professor pode se deparar com três possíveis formas de agir: (a) Ignorar o que aconteceu; (b) Reconhecer, mas deixando de lado a resposta da criança; (c) Responder à criança e incorporar sua resposta na aula. Nessa passagem é possível perceber a ocorrência do item (a), em que a professora ignorou a resposta do estudante Ramon e continuou com a aula.

Na descrição do diálogo, observa-se que o raciocínio do Ramon foi apresentado à turma após a intervenção da professora/observadora presente na aula, trecho de [24] até [29]. É evidente que, nesta situação, ocorreu uma colaboração de um membro externo ao cenário investigado.

Para incentivar os alunos a identificar o elemento que ocuparia a décima posição na sequência da Figura 1, a professora fez uma série de perguntas utilizando as posições de numerações pares, isso ajudou a estudante Bia a concluir que o círculo ocuparia a décima posição, conforme indicado no diálogo de [27] até [29]. Essa situação pode ser caracterizada como uma mobilização da dimensão Transformação, voltada para uma situação positiva do código Escolha de Exemplos, segundo Weston, Kleve e Rowland (2012), os bons aspectos para esse código ocorrem quando os exemplos estão matematicamente corretos e os números são selecionados intencionalmente.



No intervalo de [30] a [36], quando a professora estava consultando a opinião dos alunos sobre a figura da décima posição, os estudantes Guilherme e Jennifer apresentaram as respectivas respostas “Quadrado” e “Nenhuma”, mas acabam não tendo um *feedback* da professora Ana e continuou interrogando os demais estudantes. Neste contexto, foi observada uma situação de Contingência, conectada de modo não positiva ao código Respostas às Ideias das Crianças, sendo classificada no item (a), conforme Rowland *et al.* (2009).

Outra situação da dimensão Contingência relacionada ao código Respostas às Ideias das Crianças, de modo positivo, ocorreu entre os trechos [41] e [48], quando a professora Ana pergunta “Vocês acham que se eu colocar um círculo aqui dá certo?”, o estudante Ramon diz “Destruíu a ordem” e Ana aproveita essa resposta para afirmar que na nona posição não é um círculo. Segundo Rowland *et al.* (2009), trata-se de uma situação do tipo (c), em que a resposta da criança é aproveitada e incorporada nas discussões em sala de aula.

Em síntese, nesse segundo momento da aula, foram identificadas situações que apresentam características de três dimensões e quatro códigos do Quarteto do Conhecimento (Quadro 1).

Quadro 1 – Dimensões e Códigos na atividade

Dimensão	Código	Referência
Fundamento	Adesão ao livro didático	Atividade de Sequência Geométrica
Transformação	Escolha de exemplo	No diálogo de [27] até [29]
	Uso de materiais	Atividade de Sequência Geométrica
Contingência	Respostas às ideias das crianças	No diálogo de [18] até [23] e de [30] até [36]

Fonte: Acervo dos autores (2024).



Na análise desta atividade, não foi possível identificar características relacionadas à dimensão Conexão e aos seus respectivos códigos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os diálogos e as anotações geradas a partir da prática de uma professora em uma atividade envolvendo sequências repetitivas geométricas com estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental foram analisados utilizando o modelo teórico do Quarteto do Conhecimento, composto por quatro dimensões e vinte códigos. Os resultados dessa análise permitiram identificar aspectos que contribuíram para o processo de reflexão da participante sobre sua prática docente, em diálogo com o primeiro autor do presente artigo.

Neste contexto, o não uso do livro didático na aula foi considerado um exemplo positivo e isso ocorreu porque a professora Ana informou que o material dos alunos não apresentava conteúdos suficientes para explorar atividades com sequências de figuras geométricas. Além disso, foi visto que o material colorido confeccionado com cartolina foi eficaz, atendendo ao objetivo proposto, sendo identificado como uma alternativa positiva para utilização em atividades dessa natureza.

Na dimensão Contingência – Respostas às ideias das crianças, foram observados dois comportamentos da professora em relação às respostas dos estudantes: no primeiro, ela ignorou a fala do estudante e continuou com a aula; e no segundo, ela incorporou o que o estudante respondeu e fez adequações para a turma. No encontro com a professora Ana, ela afirmou que não observou o primeiro comportamento mencionado e explica que esse momento poderia ter sido mais explorado e seria uma oportunidade para compreender o raciocínio dos estudantes sobre a atividade.



Percebe-se que essas situações não planejadas que ocorrem em sala de aula podem ser aproveitadas pelo professor para identificar as fragilidades e as potencialidades dos estudantes em relação ao conteúdo, para explorar os conhecimentos dos estudantes, para fazer conexões com outras áreas de ensino e para gerar um *feedback* imediato sobre o que está sendo trabalhado na aula.

Os resultados desse estudo permitiram entender como as dimensões: Fundamento (Adesão ao Livro Didático), Transformação (Escolha de Exemplos e Uso de Materiais) e Contingência (Respostas às Ideias das Crianças), podem ser observadas na prática docente e podem servir para o processo de reflexão e, consequentemente, para a formação continuada do professor participante no que se refere aos conhecimentos pedagógicos e matemáticos.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2003.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2017.

LEIRIA, A. C. C. **Conhecimento e práticas profissionais de duas professoras quando ensinam representação gráfica estatística**. 2013. 400 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2013.

ROWLAND, T. *et al.* **Developing Primary Mathematics Teaching: reflecting on practice with the Knowledge Quartet**. Londres: SAGE, 2009.

ROWLAND, T.; HUCKSTEP, P.; THWAITES, A. Elementary teachers' mathematics Subject knowledge: the Knowledge Quartet and the case of Naomi. **Journal of Mathematics Teacher Education**, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 255-281, 2005.

ROWLAND, T. The knowledge quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. **SISYPHUS Journal of Education**, v. 1, n. 3, p. 15-43, 2013.



SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo**: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SCHON, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. *In*: NÓVOA, A (org.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1992. p. 77-91.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

TURNER, F.; ROWLAND T. The Knowledge Quartet as an Organising Framework for Developing and Deepening Teachers' Mathematics Knowledge. *In*: ROWLAND T.; RUTHVEN K. (eds.) **Mathematical Knowledge in Teaching. Mathematics Education Library**, Dordrecht, v. 50, 2011.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Tradução de Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2016.



SOBRE AS AUTORAS E OS AUTORES

CRISTIANE BORGES ANGELO

Professora Associada da Universidade Federal da Paraíba (UFPB). É licenciada em Matemática, com especialização em Educação Profissional de Jovens e Adultos (PROEJA). É mestra e doutora em Educação, com ênfase em Educação Matemática – ambos pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Atualmente, é vice-coordenadora do Curso de Pedagogia, com área de aprofundamento em Educação do Campo, e coordenadora do Curso de Especialização em Educação do Campo na modalidade a distância (EAD), ambos vinculadas à UFPB. Liderou o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM/UFPB – Campus IV) entre 2016 e 2018. Entre 2019 e 2024, foi vice-líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática dos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB). Seus principais temas de interesse e pesquisa envolvem a formação inicial e continuada de professores, história da matemática, análise epistemológica, análise e produção de material didático, educação do campo e educação a distância.

E-mail: cristiane.angelo@academico.ufpb.br

CRISTIANE CARVALHO BEZERRA DE LIMA

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (2006), com especialização em Ensino de Matemática pelo Instituto de Educação Superior da Paraíba (2008) e Mestrado em Educação Matemática pela mesma universidade (2011). Desde 2012, atua como professora efetiva de Matemática no Ensino Médio pela Secretaria de Estado da Educação da Paraíba, com experiência também nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Entre 2009 e 2015, atuou como professora pesquisadora da Universidade Federal da Paraíba (UFPB) no curso de Licenciatura em Matemática a Distância, ministrando as disciplinas de Estágio Supervisionado I e II. De 2013 a 2019, foi docente no curso de Especialização em Ensino Médio de Matemática do Instituto de Educação Superior da Paraíba, lecionando a disciplina Tendências do Ensino de Matemática. Além disso, participou como formadora em programas de formação



continuada para professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental da rede municipal de João Pessoa. É membro do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática dos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB). Sua área de atuação envolve a Educação, com ênfase em metodologias de ensino, formação de professores, olimpíadas de matemática e uso de laboratórios didáticos.

E-mail: profacristiane@yahoo.com.br

ÉRICK MACÊDO CARVALHO

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), é especialista em Educação Matemática para Professores do Ensino Médio e mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela mesma universidade. Possui doutorado em Ensino RENOEN/UEPB. É docente do Colegiado de Matemática da Universidade de Pernambuco (UPE), campus Petrolina, desenvolve trabalhos de pesquisa e ensino nas áreas de Formação de Professores, Laboratório de Ensino de Matemática e Ensino de Álgebra.

E-mail: erick.carvalho@upe.br

FABRÍCIA RODRIGUES SOARES

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) e mestranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). É professora da Educação Básica na rede estadual de ensino da Paraíba desde 2013, com atuação nos Anos Finais dos ensinos Fundamental e Médio. Tem experiência com o uso de materiais didáticos manipuláveis, tecnologias digitais e metodologias ativas no ensino da Matemática. Foi preceptora no Programa Residência Pedagógica da UEPB e orientadora de estudos em programas de formação docente da Universidade Federal da Paraíba (UFPB). Atua na área de Educação com ênfase nos processos de ensino e aprendizagem e na formação de professores que ensinam Matemática na Educação Básica.

E-mail: fabricia.ufcg@gmail.com

GIOVANNA COSTA SOARES

Graduada em Pedagogia pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (2002) e em Biblioteconomia pela Universidade Federal da Paraíba (2006), atuou como docente na rede municipal de ensino de Ma-



manguape (PB) entre 2003 e 2014, com experiência na Educação Básica. Atualmente, é professora da Educação Básica na Escola Municipal General Rodrigo Otávio, no município de João Pessoa (PB), e na Escola Municipal Silvana Oliveira Pontes, no município de Cabedelo (PB).

E-mail: soaresgiovannacosta@gmail.com

MARIA ALVES DE AZERÊDO

Pedagoga, especialista em Educação Básica, mestre e doutora em Educação pela Universidade Federal da Paraíba. Tem experiência na docência em Educação Infantil e Anos iniciais do Ensino Fundamental, e em coordenação pedagógica. É professora do Departamento de Metodologia da Educação (CE/UFPB) e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PGECEM/UEPB), na linha de pesquisa Metodologia, Didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática. Tem publicações na área de Educação Matemática nos Anos Iniciais, com destaque para o livro *A multiplicação nos Anos Iniciais – concepções, representações semióticas e mediação pedagógica*. Assumiu a coordenação do curso de Pedagogia (CE/UFPB), nos anos de 2021 e 2025. É membro da diretoria regional da SBEM/PB na função de 2ª secretária, gestão 2022–2025. Foi coordenadora da área de Matemática dos programas de formação continuada (PNAIC/MEC/UFPB, 2014–2018) e do programa SOMA, na Paraíba, no período de 2018 a 2020. É líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática dos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB), investigando sobre o ensino de Álgebra – Pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Participa de Pesquisa do GT1 da SBEM sobre Processos Autorais na Aprendizagem Matemática de estudantes de 4º e 5º anos. Coordena o Projeto Universal – CNPq/MCTI Nº 10/2023: Formação continuada para o ensino das linguagens materna e Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em que atua mapeando desafios e possibilidades.

E-mail: marazeredoufpb@gmail.com

MARIA BETÂNIA SABINO FERNANDES

Licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal da Paraíba (1987), mestre em Educação (2007), na área de Ensino e Aprendizagem, e



doutora em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba (2014), investigando o ensino de funções lineares no ensino médio: contextualizações e representações. É professora associada da Universidade Federal de Campina Grande e colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Tem experiência em Matemática e Educação, e orienta trabalhos nas áreas: letramento estatístico; representações semióticas; metodologias ativas e educação matemática crítica. Coordena a área de Didática na UAEd/UFCG e é vice-líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB).
E-mail: maria.sabino@professor.ufcg.edu.br

MARIANA SOARES DE LIMA GALDINO

Licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB) e especialista em Supervisão e Orientação Educacional pelo Centro Integrado de Tecnologia e Pesquisa (CINTEP). Atua como professora da Educação Básica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na rede municipal de ensino de João Pessoa (PB), com ênfase em turmas de Alfabetização. Integra o Grupo de Pesquisa em Educação Matemática dos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB) e tem experiência na área educacional, com foco nos processos de ensino e aprendizagem.
E-mail: mariana.slgaldino@professor.joaopessoa.pb.gov.br

MARIANA VIRGÍNIA GÓES DOS SANTOS

Licenciada em Pedagogia pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA) e mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). É professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da rede municipal de ensino de João Pessoa (PB). Atualmente, desenvolve atividades pedagógicas direcionadas a Formação Continuada de Professores dos Anos Iniciais pela Secretaria Municipal de Educação (SEDEC/DEGEF/LETRAR+JP). É membro do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática dos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB). Tem experiência na área de Educação com ênfase nos processos de ensino e aprendizagem e na formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

E-mail: mariana.virginia.goes.santos@aluno.uepb.edu.br



ROGÉRIA GAUDÊNCIO DO REGO

Bacharel em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (1983), mestre em Filosofia pela Universidade Federal da Paraíba (1994) e doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2000). Professora titular aposentada do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática/UEPB. É vice-diretora da SBEM, regional Paraíba, na gestão 2022-2025. Tem experiência na área de Educação, pesquisando sobre metodologias de ensino, ensino-aprendizagem, formação de professores e formação de conceitos na área de Matemática.

E-mail: rogeriaedumat@gmail.com

SIMONE ANDRADE TAVARES

Bacharel em Comunicação Social pela Universidade Estadual da Paraíba (1996) e licenciada em Ciências Biológicas pela Universidade Vale do Acaraú (2015), atua como professora efetiva da rede municipal de Alhandra desde 1998 e da rede municipal de João Pessoa desde 2015, lecionando nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em ambas as redes. Integra Grupo de Pesquisa em Educação Matemática dos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB).

E-mail: simone.biones.andrade@gmail.com

YARA DE FÁTIMA NASCIMENTO ANDRADE

Licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB), com atuação na área de Educação Matemática voltada aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), com pesquisa voltada ao desenvolvimento do pensamento algébrico na perspectiva da resolução de problemas. Integra o Grupo de Estudo e Pesquisa em Matemática nos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB), em que desenvolve estudos sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática a partir da articulação entre teoria e prática. É professora efetiva da rede municipal de ensino de Camutanga (PE) desde 2017.

E-mail: yara_doia@hotmail.com



YASMIN RODRIGUES DA ROCHA

Licenciada em Pedagogia pela Universidade de Pernambuco (2014), especialista em Psicopedagogia pela mesma instituição (2016), mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática PPGECEM/UEPB (2024) e doutoranda pelo Programa Rede Nordeste de Ensino (RENOEN) na Universidade do Estado da Paraíba (UEPB). É professora do quadro efetivo da Prefeitura Municipal de João Pessoa desde 2015 atuando como Professora dos Anos Iniciais da rede. Membro do Grupo de Estudo e Pesquisa em Matemática nos Anos Iniciais (GPEMais/UFPB).
E-mail: yasminrodrigues90@gmail.com





Título VIVÊNCIAS SOBRE O ENSINO DE ÁLGEBRA EM UM GRUPO
COLABORATIVO: FORMAÇÃO DOCENTE EM MOVIMENTO

Organizadoras Maria Alves de Azeredo
Rogéria Gaudêncio do Rêgo
Cristiane Borges Angelo

Projeto de diagramação e Capa Mônica Câmara

Imagens de Capa Freepik / Vecteezy

Formato / Tamanho e-book (PDF – 16x25,6 cm) / 10.4MB

Tipografias Swis721 CnBT
Myriad Pro

Número de páginas 195

The background is a solid teal color, densely populated with various mathematical symbols in a lighter shade of teal. These symbols include plus signs (+), minus signs (-), multiplication signs (x), division signs (÷), percent signs (%), equals signs (=), square roots (√), and less-than-or-equal-to signs (≤). The symbols are scattered across the entire page in a random, non-repeating pattern.

U